

وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
إدارة تنمية مادة الرياضيات

رياضيات

الصف الثالث الإعدادي

الوحدة الأولي

الجبر



الوحدة الأولى : العلاقات و الدوال

الدرس الأول: حاصل الضرب الديكارتي

ملخص الدرس:

الزوج المرتب

١– يسمي (أ، ب) زوج مرتب ، و يسمى أ بالمسقط الأول ، ب بالمسقط الثاني

٢ – كل زوج مرتب يمثل بنقطة واحدة وواحدة فقط في المستوى الاحداثي

٣ – إذا كان أ ≠ ب فإن (أ، ب) ≠ (ب ، أ) فمثلا (٤ ، ٥) ≠ (٥ ، ٤)

فعند تمثيلهما بيانيا يقعان في موضعين مختلفين

٤ – (أ، ب) ≠ {أ، ب}

٥ – إذا كان : (أ، ب) = (س ، ص) فإن : أ = س ، ب = ص

حاصل الضرب الديكارتي

١ – إذا كانت س ، ص مجموعتين غير خاليتين و منتهيتين فإن :

س × ص = {(أ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص}

أي أن س × ص هي مجموعة جميع الأزواج المرتبة التي مسقطها الأول عنصر من س ، و مسقطها الثاني عنصر من ص

٢ – س × ص ≠ ص × س حيث س ≠ ص

٣ – نرمز لعدد عناصر المجموعة بالرمز ن

ن (س × ص) = ن (ص × س) = ن (س) × ن (ص)

٤ – إذا كان : (ك ، م) ∈ س × ص فإن ك ∈ س ، م ∈ ص

٥ – إذا كانت س مجموعة غير خالية فإن :

س × س = {(أ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ س}

و تكتب أحيانا : س^{2} و تقرأ س اثنين



تمثيل الحاصل الضرب الديكارتي

أولا : بالمخطط السهمي و فيه يمثل كل زوج مرتب بسهم يخرج من مسقطه الأول و ينتهي عند مسقطه الثاني

ثانيا : بالمخطط البياني (الشبكة البيانية المتعامدة) و فيه تمثل على شبكة بيانية متعامدة عناصر المجموعة الاولي (المسقط الأول) أفقيا ، و عناصر المجموعة الثانية (المسقط الثاني) رأسيا فتكون نقط تقاطع الخطوط الأفقية و الرأسية تمثل الأزواج المرتبة للعناصر حاصل الضرب الديكارتي.

حاصل الضرب الديكارتي للمجموعات غير المنتهية و التمثيل البياني لها

أولا : حاصل الضرب الديكارتي : **ط × ط = { (س ، ص) : س ∈ ط ، ص ∈ ط }**

تمثل مجموعة الاعداد الطبيعة على كل من المستقيمين الأفقي و الراسي حيث تمثل نقطة التقاطع (و) الزوج المرتب (صفر ، صفر)

ثانيا : حاصل الضرب الديكارتي : **صه × صه = { (س ، ص) : س ∈ صه ، ص ∈ صه }**

تمثل مجموعة الاعداد الصحيحة على كل من المستقيمين الأفقي والرأسي حيث تمثل نقطة التقاطع (و) الزوج المرتب (صفر ، صفر)

ثالثا : حاصل الضرب الديكارتي : **ن × ن = { (س ، ص) : س ∈ ن ، ص ∈ ن }**

تمثل مجموعة الاعداد النسبية على كل من المستقيمين الأفقي والراسي حيث تمثل نقطة التقاطع (و) الزوج المرتب (صفر ، صفر)

رابعا : حاصل الضرب الديكارتي : **ع × ع = { (س ، ص) : س ∈ ع ، ص ∈ ع }**

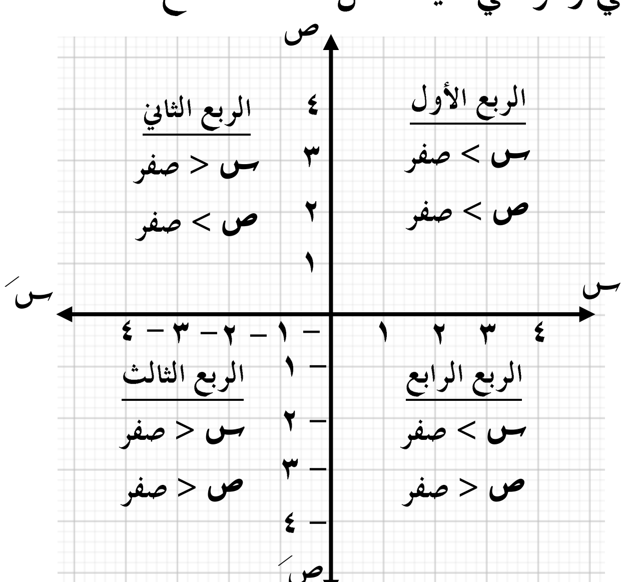
تمثل مجموعة الاعداد الحقيقية على كل من المستقيمين الأفقي والراسي حيث تمثل نقطة التقاطع (و) الزوج المرتب (صفر ، صفر)

و يسمي المستقيم الافقي **س س/** محور السينات

و المستقيم الرأسي **ص ص/** محور الصادات

فتنقسم الشبكة إلي أربعة أقسام (أرباع)

كما بالشكل المقابل





مثال محلول (١): إذا كان : (س − ٤ ، ٦) = (٣ ، ص + ٢)   أوجد س ، ص

-------------------------------- الحـــــــــــــــل --------------------------------

س − ٤ = ٣ ، ص + ٢ = ٦

∴ س = ٧ ∴ ص = ٤

تدريب (١): أوجد س ، ص في كل مما يأتي :

(١) (س + ٥ ، ٣) = (٨ ، ص − ١)   (٢) (س ، ص^{٣}) = (١ ، ٨)

مثال محلول (٢): إذا كان : (س ، ٧) = (٢ ، ٣ص − ٥)

أوجد (١) س + ص   (٢) س − ص

(٣) س ص   (٤) ٢س − ص

-------------------------------- الحـــــــــــــــل --------------------------------

س = ٢ ، ٣ص − ٥ = ٧

∴ ٣ص = ١٢

∴ ص = ٤

(١) س + ص = ٦

(٢) س − ص = − ٢

(٣) س ص = ٨

(٤) ٢س − ص = (٢ × ٢) − ٤

= صفر

تدريب (٢): إذا كان : (٣ س + ٥ ، ٧) = (١٤ ، ص − ١)

أوجد (١) س + ص   (٢) س − ص

(٣) س ص   (٤) ٢س − ص

مثال محلول (٣): إذا كان : س = { ٢ ، ٣ } ، ص = { ٥ } أوجد :

(١) س × ص (٢) ص × س

(٣) س^{٢} (٤) ص^{٢}

الحـــــــــــل

(١) س × ص = { (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٥) }

(٢) ص × س = { (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٣) }

(٣) س^{٢} = { (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣) }

(٤) ص^{٢} = { (٥ ، ٥) }

تدريب (٣): إذا كان : س = { ٧ } ، ص = { ٤ ، ٦ } أوجد :

(١) س × ص (٢) ص × س

(٣) س^{٢} (٤) ص^{٢}

مثال محلول (٤): إذا كان : س = { ٨ ، ٣ } ، ص = { ٣ ، ٤ } ، ع = { ٤ } أوجد :

(١) ن (س × ص) (٢) ن (ص × ع)

(٣) ن (س^{٢}) (٤) (ص ∩ ع) × س

(٥) (ص ∩ س) × ع

الحـــــــــــل

(١) ن (س × ص) = ن (س) × ن (ص)

= ٢ × ٢ = ٤

(٢) ن (ص × ع) = ٢ × ١

= ٢

(٣) ن (س^٢) = ٢ × ٢

= ٤

(٤) (ص ∩ ع) × س = { ٤ } × { ٨ ، ٣ }

= { (٤ ، ٨) ، (٤ ، ٣) }

(٥) (ص ∩ س) × ع = { ٣ } × { ٤ }

= { (٣ ، ٤) }

تدريب (٤): إذا كان : س = { – ٤ } ، ص = { ٥ ، ٦ } ، ع = { ٥ ، ٧ } أوجد :

(١) ن (س × ص) (٢) ن (ص × ع)

(٣) ن (س^٢) (٤) ن (ع^٢)

(٥) (ص ∩ ع) × س

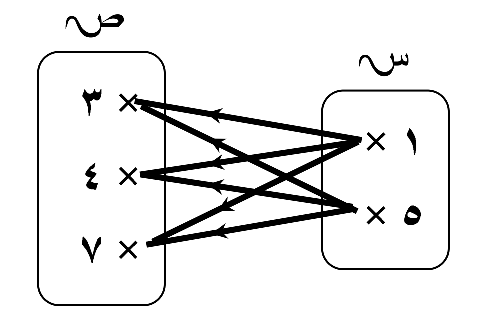
مثال محلول (٥): إذا كان : س = { ١ ، ٥ } ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٧ } أوجد :

س × ص و مثله بمخطط سهمي ، بمخطط بياني

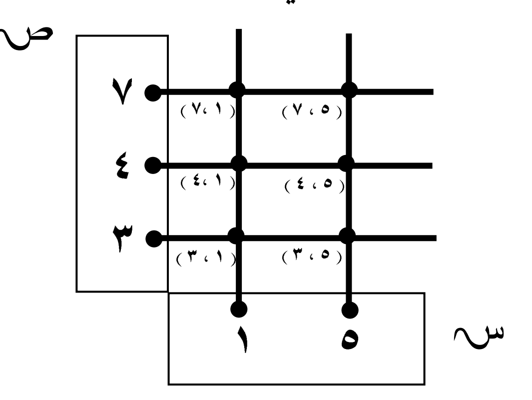
الحل

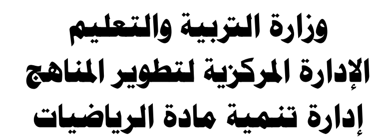
س × ص = { (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) (١ ، ٧) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٤) ، (٥ ، ٧) }

أولا : المخطط السهمي



ثانيا : المخطط البياني



تدريب (٥): إذا كان : س = { ٣ ، ٧ } ، ص = { ١ ، ٦ } أوجد :

س × ص و مثله بمخطط سهمي ، بمخطط بياني

مثال محلول (٦): اذكر الربع الذي تقع فيه أو المحور الذي تنتمي اليه كل من النقط التالية :

أ (٢ ، ٥) ، ب (٥ ، – ٣) ، جـ (صفر ، ٤) ، ء (– ٥ ، صفر)

هـ (– ١ ، – ٦) ، ز (– ٦ ، ٧)

الحـــــــــــــل

أ (٢ ، ٥) تقع في الربع الأول ، ب (٥ ، – ٣) تقع في الربع الرابع

جـ (صفر ، ٤) تقع على محور الصادات ، ء (– ٥ ، صفر) تقع على محور السينات

هـ (– ١ ، – ٦) تقع في الربع الثالث ، ز (– ٦ ، ٧) تقع في الربع الثاني

تدريب (٦): اذكر الربع الذي تقع فيه أو المحور الذي تنتمي اليه كل من النقط التالية :

أ (– ٣ ، – ٣,٥) ، ب (٦ ، ٣) ، جـ (– ٦ ، صفر) ، ء (٥ ، ٢٣)

هـ (١ ، – ٦) ، ز (– ٣٠٠ ، ٩)

حل تدريب (١):

(١) س + ٥ = ٨ ، ص – ١ = ٣

∴ س = ٣ ، ∴ ص = ٤

(٢) س = ١ ، ص^{٣} = ٨

∴ ص = ٢

وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
إدارة تنمية مادة الرياضيات

حل تدريب (٢):

٣ س + ٥ = ١٤ ، ص − ١ = ٧

∴ ٣ س = ٩ ∴ ص = ٨

∴ س = ٣

(١) س + ص = ١١ (٢) س − ص = − ٥

(٣) س ص = ٢٤ (٤) ٢س − ص = − ٢

حل تدريب (٣): إذا كان : س = { ٧ } ، ص = { ٤ ، ٦ } أوجد :

(١) س × ص = { (٧ ، ٤) ، (٧ ، ٦) }

(٢) ص × س = { (٤ ، ٧) ، (٦ ، ٧) }

(٣) س^{٢} = { (٧ ، ٧) }

(٤) ص^{٢} = { (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٦) ، (٦ ، ٤) ، (٦ ، ٦) }

حل تدريب (٤):

(١) ن (س × ص) = ٢ (٢) ن (ص × ع) = ٤

(٣) ن (س^{٢}) = ١ (٤) ن (ع^{٢}) = ٤

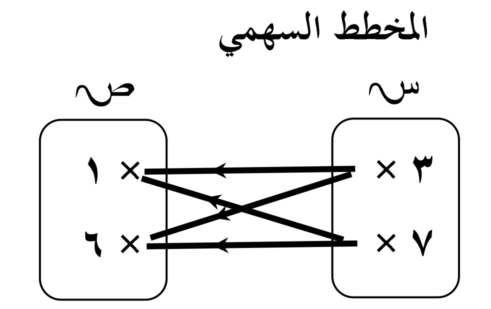
(٥) (ص ∩ ع) × س = { ٥ } × { − ٤ }

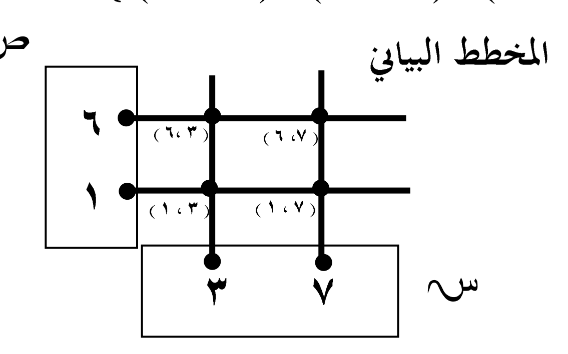
= { (٥ ، − ٤) }

حل تدريب (٥):

س × ص = { (٣ ، ١) ، (٣ ، ٦) ، (٧ ، ١) ، (٧ ، ٦) }

المخطط السهمي المخطط البياني







حل تدريب (٦):

أ (– ٣ ، – ٣,٥) تقع في الربع الثالث

ب (صفر ، ٣) تقع على محور الصادات

جـ (– ٦ ، صفر) تقع على محور السينات

ء (٥ ، ٢٣) تقع في الربع الأول

هـ (١ ، – ٦) تقع في الربع الرابع

ز (– ٣٠٠ ، ٩) تقع في الربع الثاني

تمارين على الدرس الأول:

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان : (س ، ٥) = (٣ ، ص) فإن س + ص – ٣ = ...

أ) ١١ ب) ٨ ج) ٥ د) ٣

(٢) إذا كان : (س٥ ، ٥ – س) = (٣٢ ، ص) فإن س + ص = ...

أ) ١٠ ب) ٥ ج) صفر د) – ٥

(٣) إذا كان س × ص = { (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) } فإن س = ...

أ) { ٢ } ب) { ٣ ، ٤ ، ٥ } ج) { ٣ ، ٥ } د) { ٤ ، ٥ }

(٤) إذا كان س = { ٤ ، ٦ } ص = { ٣ ، ٧ } فإن (٣ ، ٤) ∈ ....

أ) س × ص ب) ص × س ج) س × س د) ص × ص

(٥) إذا كان س × ص = { (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٥) }

فإن س ∩ ص = ...

أ) { ٢ } ب) { ٣ } ج) { ٥ } د) { ٤ }

(٦) إذا كان (٣ ، ٩) ∈ { ٣ ، ٨ } × { س ، ١٢ } فإن س = ...

أ) ١٢ ب) ٩ ج) ٨ د) ٣



(٧) إذا كان س = { ك ، ل } ، ص = { ل ، م } فإن ن (س × ص) = ...

أ) ٤ ب) ٣ ج) ٢ د) ١

(٨) إذا كان ن (س) = ٦ ، ن (ص) = ٢ فإن ن (س × ص) = ...

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٢

(٩) إذا كان ن (س) = ٥ ، ص = { ٣ } فإن ن (س × ص) = ...

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٥

(١٠) إذا كان ن (س × ص) = ٢٠ ، ن (ص) = ٥ فإن ن (س) = ...

أ) ١٠٠ ب) ٢٥ ج) ١٥ د) ٤

(١١) النقطة (٤ ، – ٢٣) تقع في الربع ....

أ) الأول ب) الثاني ج) الثالث د) الرابع

(١٢) إذا كانت النقطة (٤ ، ص – ٨) تقع محور السينات فإن ص = ...

أ) ٨ ب) ٤ ج) – ٤ د) – ٨

السؤال الثاني : باستخدام شكل فن المقابل الذي يمثل المجموعات س ، ص ، ع أوجد :

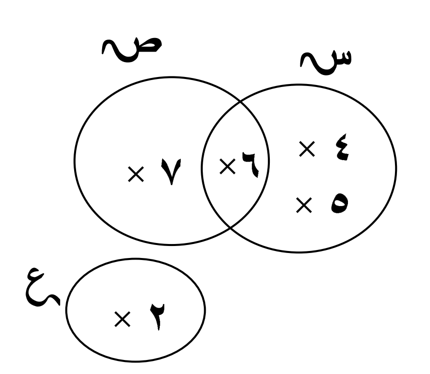
(١) س ، ص ، ع

(٢) س × ص و مثله بمخطط سهمي

(٣) ع × ص و مثله بمخطط بياني

(٤) ن ((ص ∩ س) × ع)

(٥) (س ∩ ص) × ع



السؤال الثالث :

إذا كانت : س = { ٣ ، ٥ } أوجد $س^{٢}$ و مثله بمخطط سهي



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
إدارة تنمية مادة الرياضيات

السؤال الرابع :

إذا كانت : س × ص = { (١ ، ٦) ، (١ ، ٨) } أوجد :

(١) س ، ص (٢) ص × س (٣) ن (ص ^٢^)

السؤال الخامس :

إذا كانت : س = [– ٢ ، ٣] مثل بيانيا حاصل الضرب الديكارتي س × س

ثم بين أي النقاط التالية تنتمي إلي حاصل الضرب الديكارتي س × س

أ (١ ، ٢) ، ب (٣ ، – ١) جـ (– ١ ، ٤) ، ء (– ٢ ، ٠)

حلول تمارين على الدرس الأول:

إجابة السؤال الأول :

(١) ⓙ ٥ (٢) ب ٥ (٣) أ { ٢ } (٤) ب ص × س

(٥) أ { ٢ } (٦) ب ٩ (٧) أ ٤ (٨) د ١٢

(٩) د ٥ (١٠) د ٤ (١١) د الرابع (١٢) أ ٨

إجابة السؤال الثاني :

(١) س = { ٤ ، ٥ ، ٦ } ، ص = { ٦ ، ٧ } ، ع = { ٢ }

(٢) س × ص = { (٤ ، ٦) ، (٤ ، ٧) ، (٥ ، ٦) ، (٥ ، ٧) ، (٦ ، ٦) ، (٦ ، ٧) }

حاول رسم المخطط السهمي بنفسك

(٣) ع × ص = { (٢ ، ٦) ، (٢ ، ٧) } حاول رسم المخطط البياني بنفسك

(٤) ن ((ص ∩ س) × ع) = ١ × ١

= ١

(٥) (س ∩ ص) × ع = { ٦ } × { ٢ }

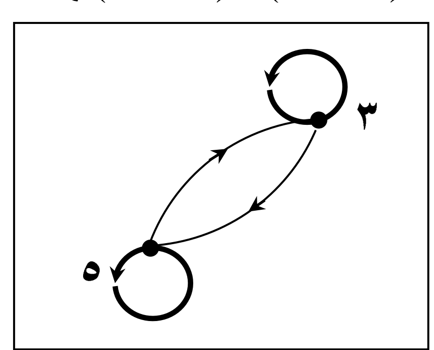
= { (٦ ، ٢) }

إجابة السؤال الثالث :



س^{٢} = { (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥) }

المخطط السهمي :



إجابة السؤال الرابع :

(١) س = { ١ } ، ص = { ٦ ، ٨ }

(٢) ص × س = { (٦ ، ١) ، (٨ ، ١) }

(٣) ن (ص^{٢}) = ٤

إجابة السؤال الخامس :

س × س = [− ٢ ، ٣] × [− ٢ ، ٣]

تمثل الفترة [− ٢ ، ٣] على محور السينات

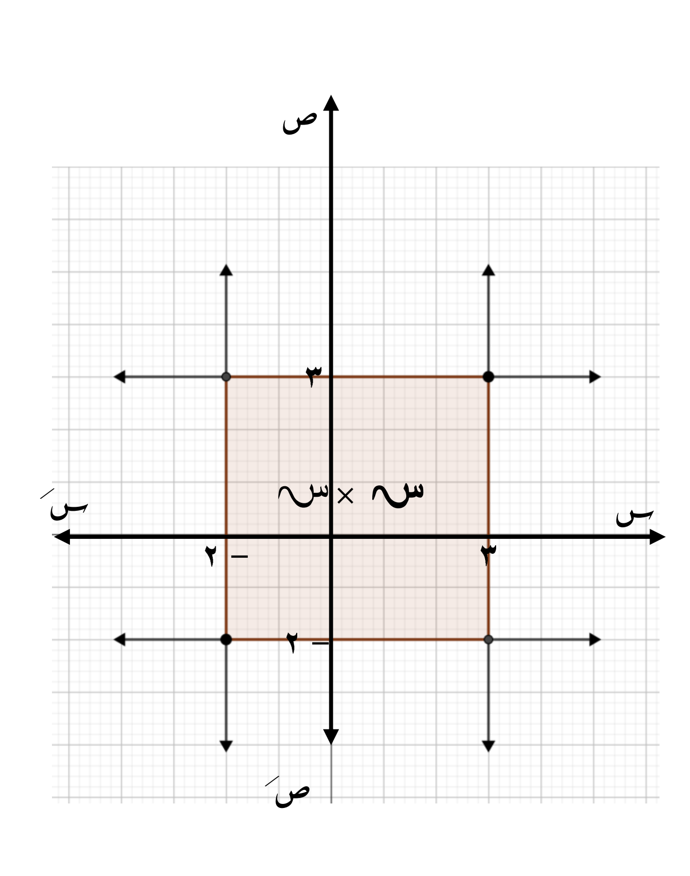
، الفترة [− ٢ ، ٣] على محور الصادات

أ) (١ ، ٢) ∈ س × س

ب) (٣ ، − ١) ∈ س × س

جـ) (− ١ ، ٤) ∉ س × س

، ء) (− ٢ ، ٠) ∈ س × س





الوحدة الأولى : العلاقات و الدوال

الدرس الثاني : العلاقات

ملخص الدرس:

⊙ العلاقة من مجموعة س إلي مجموعة ص حيث س ، ص مجموعتان غير خاليتين هي :
ارتباط يربط بعض أو كل عناصر س ببعض أو كل عناصر ص

⊙ بيان العلاقة من مجموعة س إلي مجموعة ص : هي مجموعة الأزواج المرتبة حيث المسقط الأول في كل منها ينتمي إلي المجموعة س ، و المسقط الثاني ينتمي إلي المجموعة ص

⊙ إذا كانت ع علاقة من مجموعة س إلي مجموعة ص فإن : ع ⊂ س × ص

العلاقة من مجموعة إلي نفسها :

إذا كانت ع علاقة من س إلي س فإن ع تسمى علاقة على المجموعة س و تكون : ع ⊂ س × س

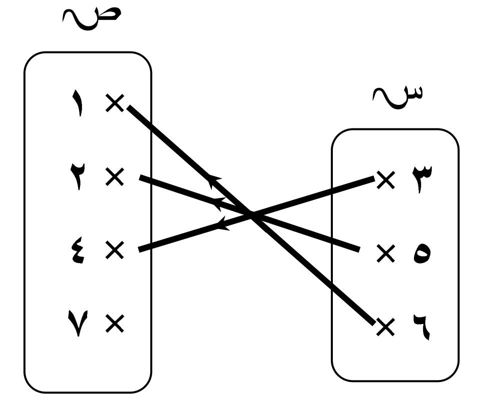
مثال محلول (١): إذا كانت : س = { ٣ ، ٥ ، ٦ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٤ ، ٧ } ، وكانت ع علاقة من س إلي ص حيث أ ع ب تعني أن " أ + ب = ٧ " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

أولا : أكتب بيان ع ثانيا : مثلها بمخطط سهمي

الحـــــــــــــل

أولا : ع = { (٣ ، ٤) ، (٥ ، ٢) ، (٦ ، ١) }

ثانيا :





تدريب (١): إذا كانت : س = { ٢ ، ٤ ، ٨ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٦ } ، وكانت ع علاقة من س إلي ص حيث أ ع ب تعني أن " أ = ٢ ب " لكل أ ∋ س ، ب ∋ ص

أولا : أكتب بيان ع   ثانيا : مثلها بمخطط سهمي

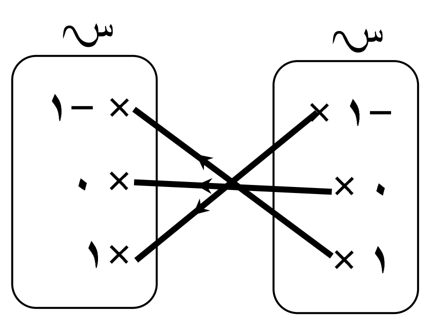
مثال محلول (٢): إذا كانت : س = { -١ ، ٠ ، ١ } وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب تعني أن " أ معكوس جمعي لـــــــ ب " لكل أ ∋ س ، ب ∋ س

أولا : أكتب بيان ع   ثانيا : مثلها بمخطط سهمي

الحـــــــــــــــــــل

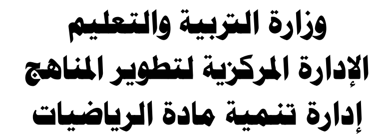
أولا : ع = { (-١ ، ١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، -١) }

ثانيا :



تدريب (٢): إذا كانت : س = { ١ ، ٢ ، ٣ } وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب تعني أن " أ > ب " لكل أ ∋ س ، ب ∋ س

أولا : أكتب بيان ع   ثانيا : مثلها بمخطط سهمي

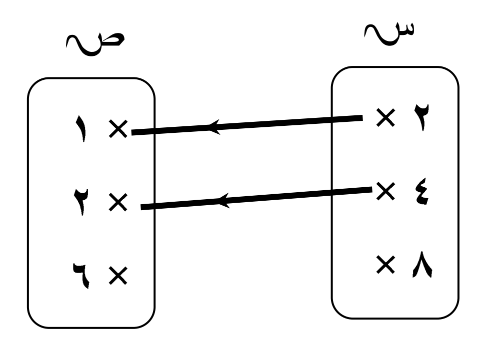




حل تدريب (١):

أولا : ع = { (٢ ، ١) ، (٤ ، ٢) }

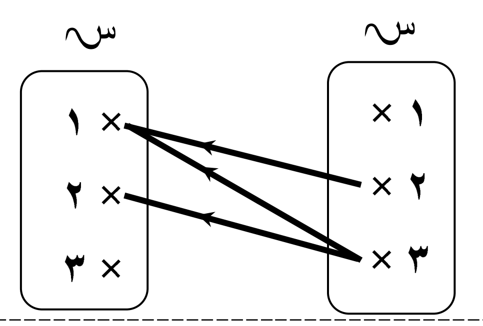
ثانيا :



حل تدريب (٢):

أولا : ع = { (٢ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) }

ثانيا :



تمارين على الدرس الثاني :

(١) إذا كانت : س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ } وكانت ع علاقة على س

حيث أ ع ب تعني أن " أ معكوس ضربي لـــــــــــــ ب " لكل أ ∈ س ، ب ∈ س

أكتب بيان ع

(٢) إذا كانت : س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٩ } ، وكانت ع

علاقة من س إلي ص حيث أ ع ب تعني أن " أ = $\frac{ب}{٤}$ " لكل أ ∈ س

، ب ∈ ص

أولا : أكتب بيان ع ثانيا : مثلها بمخطط بيانيا

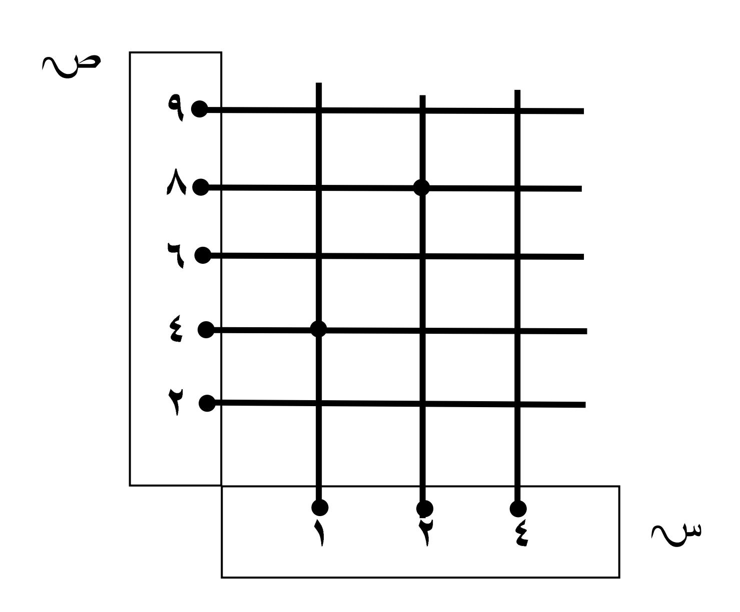


حلول تمارين على الدرس الثاني :

(١) ع = { (١ ، ١) ، (٢ ، $\frac{١}{٢}$) ، (٣ ، $\frac{١}{٣}$) ، ($\frac{١}{٢}$ ، ٢) ، ($\frac{١}{٣}$ ، ٣) }

(٢) أولا : أكتب بيان ع = { (١ ، ٤) ، (٢ ، ٨) }

ثانيا : المخطط البياني





الوحدة الأولى : العلاقات و الدوال

الدرس الثالث: الدالة (التطبيق)

ملخص الدرس:

الدالة (التطبيق)

يقال لعلاقة من مجموعة س إلي مجموعة ص أنها دالة (أو تطبيق) إذا كان :

كل عنصر من عناصر س يظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط في أحد الأزواج المرتبة المحددة لبيان العلاقة

التعبير الرمزي للدالة :

- يرمز للدالة بأحد الرموز : د أو ى أو ر أو ....
- الدالة د من المجموعة س إلي المجموعة ص تكتب رياضيا د : س ← ص

ملاحظات :

- إذا كانت د دالة من المجموعة س إلي نفسها نقول أن د دالة على س
- إذا كان الزوج المرتب (س ، ص) ينتمي لبيان الدالة فإن العنصر ص يسمى صورة العنصر س بالدالة د و نعبر عن ذلك بإحدى الصورتين :

د : س ↤ ص وتقرأ الدالة د ترسم س إلي ص

أو د (س) = ص وتقرأ الدالة د : د (س) = ص

المجال و المجال المقابل و المدى :

إذا كانت د دالة من المجموعة س إلي المجموعة ص أي أن د : س ← ص فإن :

- المجموعة س تسمى مجال الدالة د
- المجموعة ص تسمى المجال المقابل للدالة د
- مجموعة صور عناصر مجموعة المجال س بواسطة الدالة د تسمى مدى الدالة د

مع ملاحظة أن المدى مجموعة جزئية من المجال المقابل للدالة



مثال محلول (١): إذا كانت س = { ٢ ، ٦ ، ٧ } ، ص = { ٣ ، ٥ ، ٨ } فإي العلاقات التالية

تمثل دالة من س إلي ص مع ذكر السبب ؟

(١) ع$_{١}$ = { (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٦ ، ٨) ، (٧ ، ٥) }

(٢) ع$_{٢}$ = { (٢ ، ٣) ، (٦ ، ٥) }

(٣) ع$_{٣}$ = { (٢ ، ٣) ، (٦ ، ٣) ، (٧ ، ٣) }

-------------------------------- الحـــــــــــــل ------------------------------------

(١) ع$_{١}$ لا تمثل دالة من س إلي ص لان العنصر ٢ ∋ س ظهر كمسقط أول مرتين

(٢) ع$_{٢}$ لا تمثل دالة من س إلي ص لان العنصر ٧ ∋ س لم تظهر كمسقط أول في بيان العلاقة

(٣) ع$_{٣}$ تمثل دالة من س إلي ص لان كل عنصر من س ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط في ع$_{٣}$

تدريب (١):

إذا كانت س = { ٣ ، ٤ ، ٧ } ، ص = { ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٩ } فإي العلاقات التالية

تمثل دالة من س إلي ص مع ذكر السبب ؟

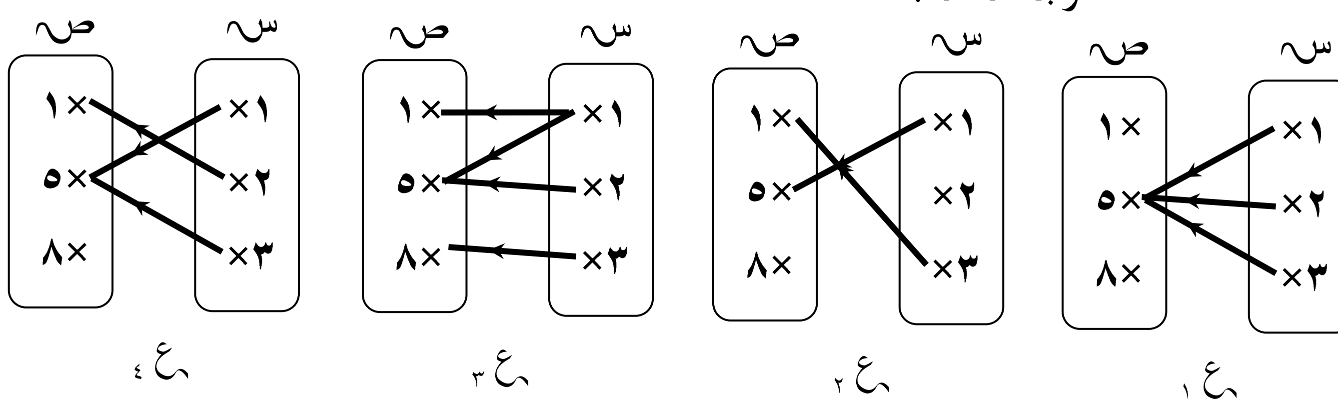
(١) ع$_{١}$ = { (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٩) }

(٢) ع$_{٢}$ = { (٣ ، ٢) ، (٤ ، ٥) ، (٧ ، ٩) }

(٣) ع$_{٣}$ = { (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٥) ، (٧ ، ٩) }

مثال محلول (٢): أي من العلاقات التالية تمثل دالة من س إلي ص ؟ و إذا كانت العلاقة تمثل دالة

أوجد مداها ؟



-------------------------------- الحـــــــــــــــل --------------------------------

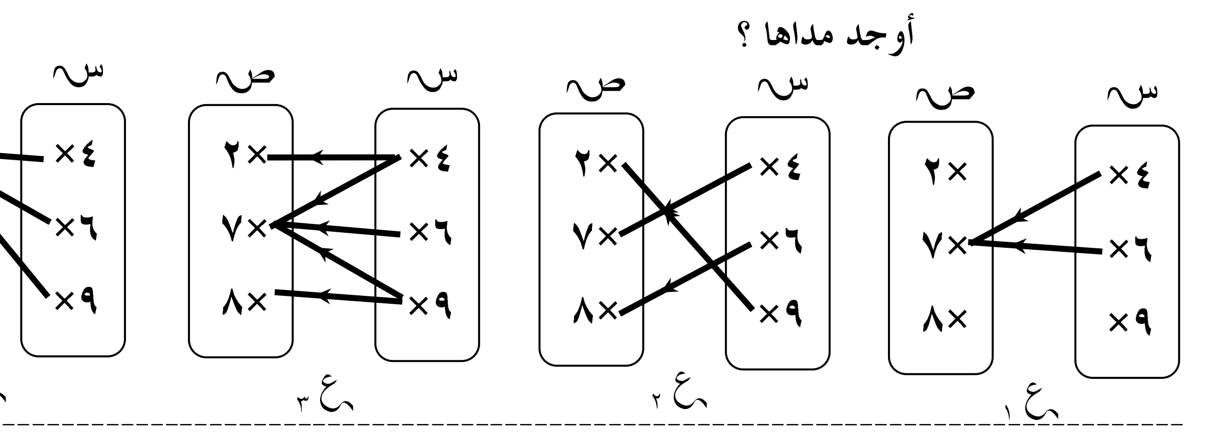
(١) ع ١ تمثل دالة من س إلي ص مداها = { ٥ }

(٢) ع ٢ لا تمثل دالة من س إلي ص حاول بنفسك ذكر السبب

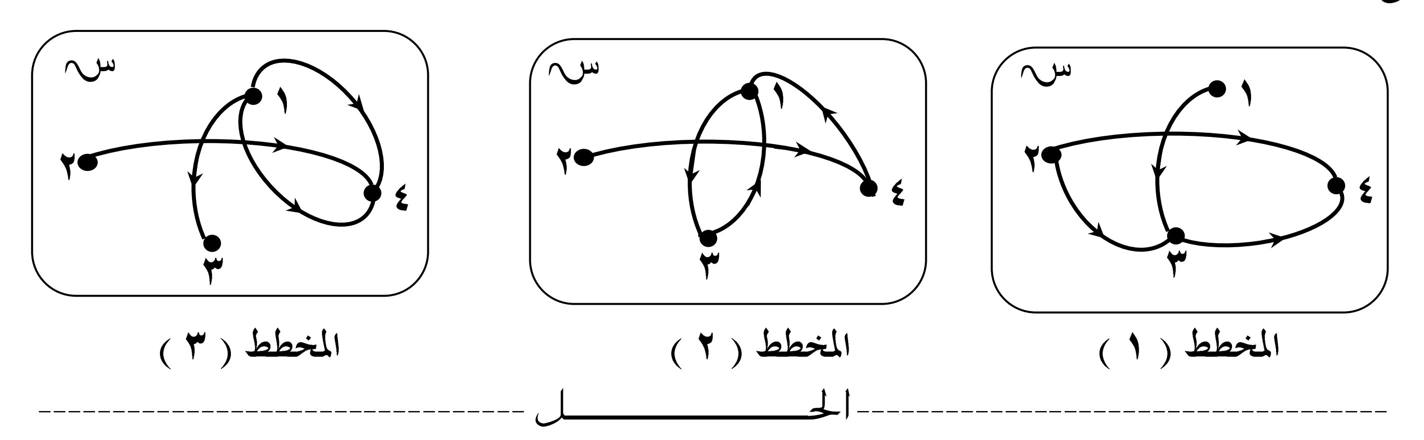
(٣) ع ٣ لا تمثل دالة من س إلي ص حاول بنفسك ذكر السبب

(٤) ع ٤ تمثل دالة من س إلي ص مداها = { ١ ، ٥ }

تدريب (٢): أي من العلاقات التالية تمثل دالة من س إلي ص ؟ و إذا كانت العلاقة تمثل دالة أوجد مداها ؟



مثال محلول (٣): إذا كانت س= { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } فأي المخططات السهمية الاتية تعبر عن دالة على س



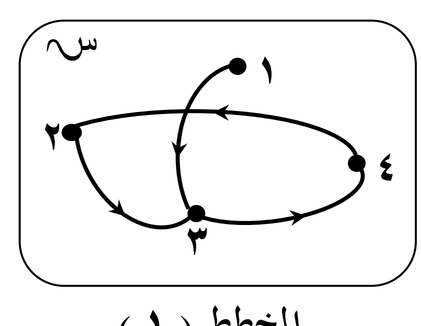
-------------------------------- الحـــــــــــــــل --------------------------------

(١) المخطط (١) لا يعبر عن دالة على س

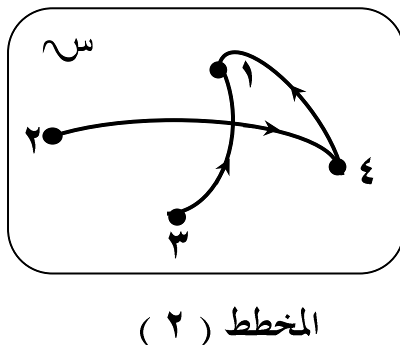
(٢) المخطط (٢) يعبر دالة على س

(٣) المخطط (٣) لا يعبر عن دالة على س~

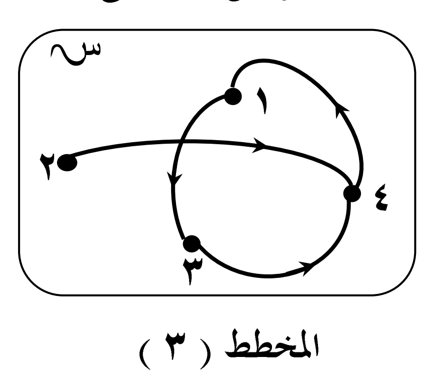
تدريب (٣): إذا كانت س~ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } فأي المخططات السهمية الاتية تعبر عن دالة على س~



المخطط (١)



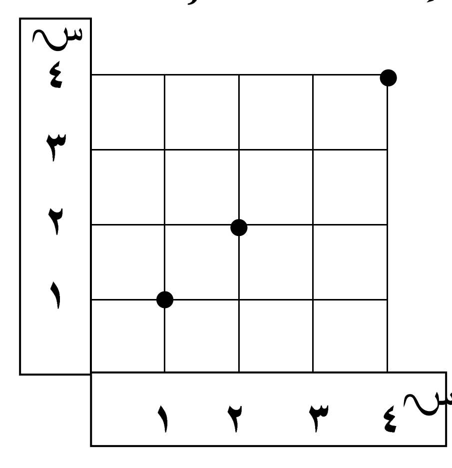
المخطط (٢)



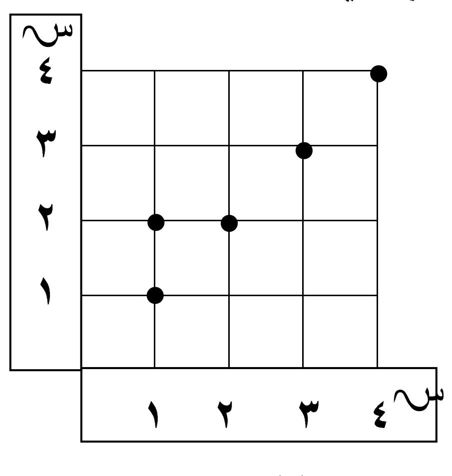
المخطط (٣)

مثال محلول (٤):

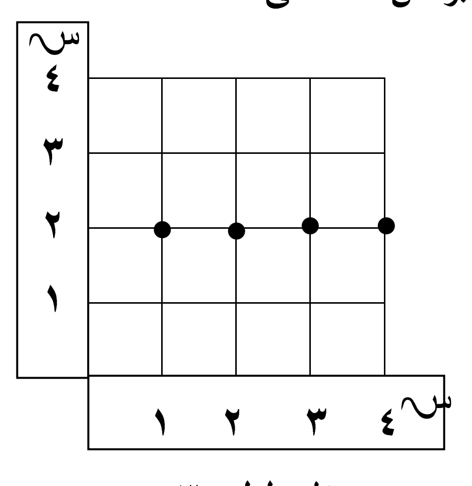
إذا كانت س~ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } فأي المخططات البيانية الاتية تعبر عن دالة على س~



المخطط (١)



المخطط (٢)



المخطط (٣)

الحـــــــل

(١) المخطط (١) لا يعبر عن دالة على س~

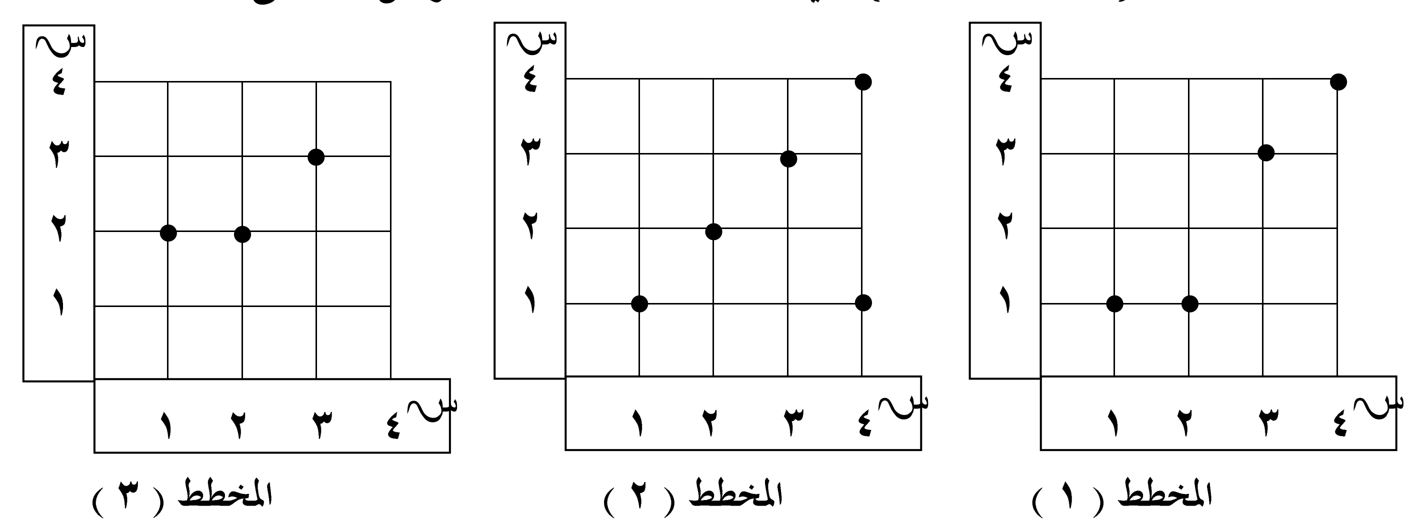
(٢) المخطط (٢) لا يعبر دالة على س~

(٣) المخطط (٣) يعبر عن دالة على س~



تدريب (٤):

إذا كانت سٓ= { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } فأي المخططات البيانية الاتية تعبر عن دالة على سٓ



مثال محلول (٥):

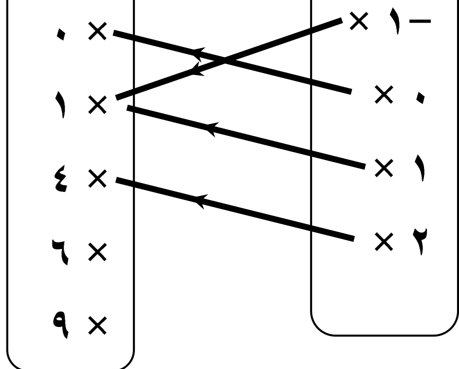
إذا كانت سٓ= { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } ، صٓ = { ٠ ، ١ ، ٤ ، ٦ ، ٩}

، عٓ علاقة من سٓ إلي صٓ حيث أ عٓ ب تعني أن " أ^{٢} = ب " لكل أ ∈ سٓ ، ب ∈ صٓ

أكتب بيان عٓ و مثلها بمخطط سهمي . هل عٓ دالة و لماذا ؟ و أن كانت دالة أذكر مداها

الحـــــــــــــــــــل

عٓ = { (-١ ، ١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٤) }



عٓ تمثل دالة لان كل عنصر من عناصر سٓ خرج منه سهم واحد فقط بأحد عناصر صٓ



المدى = { ٠ ، ١ ، ٤ }

تدريب (٥):

إذا كانت سـ= { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، صـ = { ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١١ ، ١٥ }

، ع علاقة من سـ إلي صـ حيث أ ع ب تعني أن " أ تقسم ب " لكل أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ

أكتب بيان ع

مثال محلول (٦):

إذا كانت : سـ = { س : س ∈ صـ ، −٢ ⩽ س ⩽ ٢ } وكانت ع علاقة على سـ

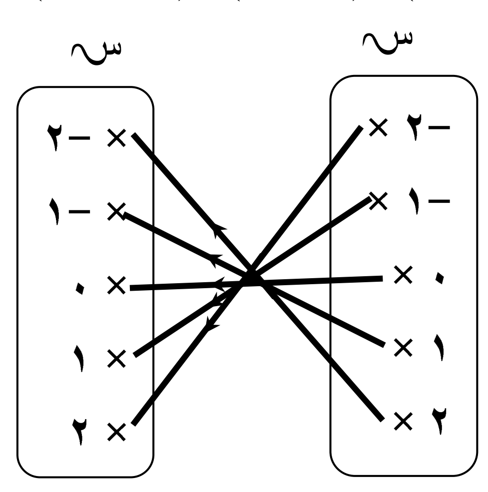
حيث أ ع ب تعني أن " أ = − ب " لكل أ ∈ سـ ، ب ∈ سـ

أولا : أكتب بيان ع ثانيا : مثلها بمخطط سهمي ثالثا : بين أن ع تمثل دالة و اذكر مداها

الحـــــــــــل

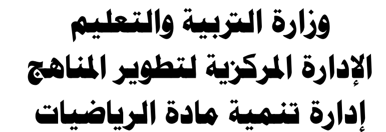
سـ = { −٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ }

ع = { (−٢ ، ٢) ، (−١ ، ١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، −١) ، (٢ ، −٢) }



ع تمثل دالة لان كل عنصر من عناصر سـ ظهر كمسقط أول مرة واحد فقط في بيان ع

المدى = { −٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ }

تدريب (٦):

إذا كانت : سـ = { س : س ∈ ط ، ٣ ≥ س ≥ ٥ } حيث ط مجموعة الاعداد الطبيعية

وكانت ع علاقة على سـ حيث أ ع ب تعني أن " أ+ ب = عدد زوجي "

لكل أ ∈ سـ ، ب ∈ سـ

أولا : أكتب بيان ع ثانيا : مثلها بمخطط سهمي ثالثا : هل ع تمثل دالة

حل تدريب (١):

(١) ع ١ لا تمثل دالة من سـ إلي صـ لان العنصر ٧ ∈ سـ لم يظهر كمسقط أول مرة واحدة

(٢) ع ٢ تمثل دالة من سـ إلي صـ لان كل عنصر من سـ ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط

(٣) ع ٣ لا تمثل دالة من سـ إلي صـ العنصر ٤ ∈ سـ ظهر كمسقط أول مرتين

حل تدريب (٢):

(١) ع ١ لا تمثل دالة

(٢) ع ٢ تمثل دالة من سـ إلي صـ مداها = { ٢ ، ٧ ، ٨ }

(٣) ع ٣ لا تمثل دالة من سـ إلي صـ

(٤) ع ٤ تمثل دالة من سـ إلي صـ مداها = { ٢ }

حل تدريب (٣):

(١) المخطط (١) يعبر عن دالة على سـ

(٢) المخطط (٢) لا يعبر دالة على سـ

(٣) المخطط (٣) يعبر عن دالة على سـ

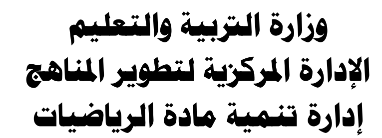
حل تدريب (٤):

(١) المخطط (١) يعبر عن دالة على سـ

(٢) المخطط (٢) لا يعبر دالة على سـ

(٣) المخطط (٣) لا يعبر عن دالة على سـ





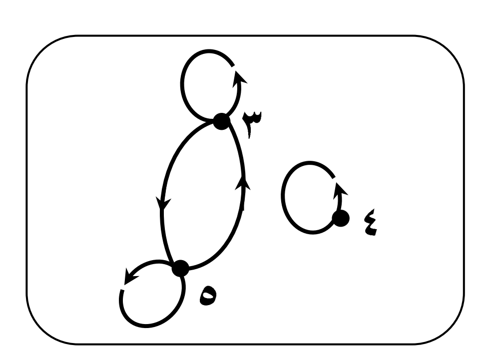
حل تدريب (٥):

ع= { (٢ ، ٦) ، (٢ ، ٨) ، (٢ ، ١٠) ، (٣ ، ٦) ، (٣ ، ١٥) ، (٤ ، ٨) }

حل تدريب (٦):

س = { ٣ ، ٤ ، ٥ }

ع = { (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٤) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥) }



ع لا تمثل دالة

تمارين على الدرس الثالث :

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، ٥ } ، ع دالة على س بحيث

ع = { (أ ، ٣) ، (ب ، ١) ، (١ ، ٥) } فإن القيمة العددية للمقدار أ + ب = ...

أ) ٣ ب) ٦ ج) ٨ د) ٩

(٢) إذا كانت ع دالة من س إلي ص بحيث ع = { (٤ ، ١) ، (٧ ، ١) ، (٥ ، ٢) }

فإن مداها هو ....

أ) { ٤ ، ٧ ، ٥ } ب) { ١ } ج) { ١ ، ٢ } د) { ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٧ }

(٣) إذا كانت ع دالة من س إلي ص بحيث ع = { (٤ ، ١) ، (٧ ، ١) ، (٥ ، ٢) }

فإن مجالها هو ....



أ) { ٤ ، ٧ ، ٥ } ب) { ١ } ج) { ١ ، ٢ } د) { ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٧ }

(٤) إذا كانت س = { ٦ ، ٧ } ، ص = { ٨ ، ٩ ، ١٠ } ، كانت ع دالة من س إلي ص
بحيث ع = { (٦ ، ٨) ، (٧ ، ٩) } فإن مجالها المقابل هو ....

أ) { ٦ ، ٧ } ب) { ٨ ، ٩ ، ١٠ } ج) { ٨ ، ٩ } د) { ١٠ }

(٥) إذا كانت س = { ٦ ، ٧ } ، ص = { ٨ ، ٩ ، ١٠ } ، كانت ع دالة من س إلي ص
بحيث ع = { (أ ، ٨) ، (٧ ، ٩) } فإن أ= ....

أ) ٦ ب) ٧ ج) ٩ د) ١٠

(٦) إذا كانت س = { ٦ ، ٧ } ، ص = { ٨ ، ٩ ، ١٠ } فإن العلاقة التي تمثل دالة
من س إلي ص فيما يلي هي ....

أ) ع١ = { (٦ ، ٦) ، (٧ ، ٧) }

ب) ع٢ = { (٦ ، ٨) ، (٧ ، ٩) }

ج) ع٣ = { (٦ ، ٨) ، (٦ ، ٩) (٦ ، ١٠) }

د) ع٤ = { (٨ ، ٦) ، (٩ ، ٧) ، (١٠ ، ٦) }

السؤال الثاني :

إذا كانت س= { ٢ ، ٣ ، ٥ } ، ص = { ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ }
، ع علاقة من س إلي ص حيث أ ع ب تعني أن " ب = ٢ أ " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص
أكتب بيان ع و مثلها بمخطط سهمي ، بين أن ع تمثل دالة من س إلي ص و أذكر مداها

السؤال الثالث :

إذا كانت س= { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }
، ع علاقة من س إلي ص حيث أ ع ب تعني أن " أ = ٧ – ب " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص
أكتب بيان ع و مثلها بمخطط سهمي ، بين أن ع تمثل دالة من س إلي ص و أذكر مداها

السؤال الرابع :

إذا كانت : س = { ٢ ، ٣ ، ٤ } وكانت ع علاقة على س

حيث أ ع ب تعني أن " أ= ب " لكل أ ∈ س ، ب ∈ س

أولا : أكتب بيان ع و مثلها بمخطط بياني ثالثا : بين أن ع تمثل دالة و اذكر مداها

السؤال الخامس :

إذا كانت س= { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، ص = { ص : ص ∈ ط , ٤ ≤ ص ≤ ٩ }

حيث ط مجموعة الاعداد الطبيعية ، ع علاقة من س إلي ص حيث أ ع ب

تعني أن " أ = $\frac{١}{٢}$ ب " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

أكتب بيان ع و مثلها بمخطط سهمي ، بين أن ع تمثل دالة من س إلي ص و أذكر مداها

السؤال السادس :

إذا كانت : س = { ١ ، ٢ ، ٤ } وكانت ع علاقة على س

حيث أ ع ب تعني أن " ٢أ= ب " لكل أ ∈ س ، ب ∈ س

أولا : أكتب بيان ع و مثلها بمخطط سهمي ثالثا : هل ع تمثل دالة و لماذا ؟

حلول تمارين على الدرس الثالث:

إجابة السؤال الاول :

(١) ج ٨

(٢) ج { ١ ، ٢ }

(٣) أ { ٤ ، ٧ ، ٥ }

(٤) ب { ٨ ، ٩ ، ١٠ }

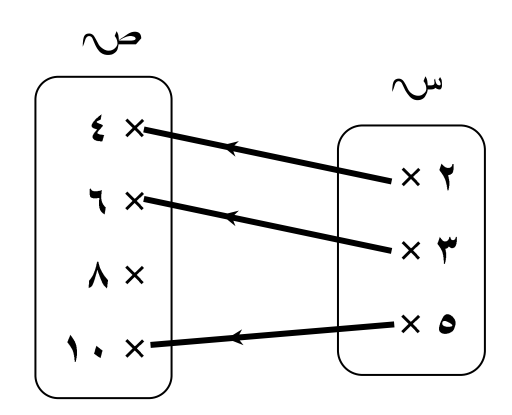
(٥) أ ٦

(٦) ب ع٢ = { (٦ ، ٨) ، (٧ ، ٩) }



إجابة السؤال الثاني :

ع = { (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦) ، (٥ ، ١٠) }



ع تمثل دالة لان كل عنصر من عناصر س خرج منه سهم واحد فقط لأحد عناصر ص

المدى = { ٤ ، ٦ ، ١٠ }

إجابة السؤال الثالث :

ع = { (١ ، ٦) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٣) ، (٥ ، ٢) }

ص س

١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ | ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥

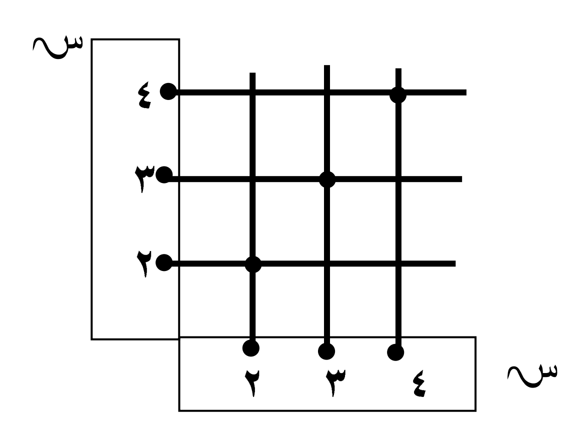
ع تمثل دالة لان كل عنصر من عناصر س خرج منه سهم واحد فقط لأحد عناصر ص

المدى = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ }

إجابة السؤال الرابع :



ع = { (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) }



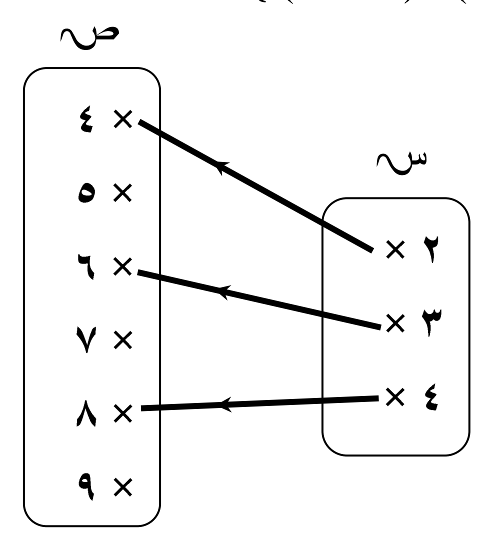
ع تمثل دالة لان كل خط رأسي تقع عليه نقطة واحدة فقط

المدى = { ٢ ، ٣ ، ٤ }

إجابة السؤال الخامس :

ص = { ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ }

ع = { (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦) ، (٤ ، ٨) }



ع تمثل دالة لان كل عنصر من عناصر س خرج منه سهم واحد فقط لأحد عناصر ص

المدى = { ٤ ، ٦ ، ٨ }

إجابة السؤال السادس :



ع = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٤) }

س	س
× ١	١ ×
× ٢	٢ ×
× ٤	٤ ×

ع لا تمثل دالة لان العنصر ٤ لم يخرج منه سهم



الوحدة الأولى : العلاقات و الدوال

الدرس الرابع : دوال كثيرات الحدود

ملخص الدرس:

الدالة د : ح ← ح حيث

د (س) = $أ_٠$ + $أ_١$ س + أ $س^٢$ + $أ_٣$ $س^٣$ + ... + $أ_ن$ $س^ن$

حيث $أ_٠$ ، $أ_١$ ، $أ_٢$ ، $أ_٣$ ، .... ، $أ_ن$ أعداد حقيقية ، ن ∈ ط ، $أ_ن$ ≠ صفر

تسمي كثيرة حدود حقيقية من الدرجة ن

و تكون درجة كثيرة الحدود هي أكبر قوة للمتغير في قاعدة الدالة

فمثلا : الدالة د : ح ← ح ، د (س) = ٤$س^٢$ + ٥ س

دالة كثيرة حدود من الدرجة الثانية مجالها ح ، مجالها المقابل ح

الدالة الخطية :

الدالة د : ح ← ح حيث د (س) = أس + ب ، أ ، ب أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠

تسمي هذه الدالة دالة خطية أو دالة من الدرجة الاولي

ملاحظات :

١ – عند تمثيل الدالة الخطية بيانيا يكتفي بإيجاد زوجين مرتبين ينتميان إلي بيان الدالة و يفضل إيجاد زوج مرتب ثالث للتحقق من صحة التمثيل البياني

٢ – إذا كانت د : ح ← ح حيث د (س) = أس ، أ ≠ ٠

فإنه يمثلها بيانيا مستقيم يمر بنقطة الأصل (٠ ، ٠)

حالة خاصة : إذا كانت د : ح ← ح حيث د (س) = ب ، ب ∈ ح

فإنه تسمى دالة ثابته



الدالة التربيعية :

الدالة د : ح ← ح حيث د (س) = أس^{٢} + ب س + جـ ، أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية

، أ ≠ ٠ تسمى هذه الدالة دالة تربيعية أو دالة من الدرجة الثاني

مثال محلول (١):

أي من الدوال الاتية تمثل دالة كثيرة حدود :

(١) د (س) = ٢ س^{٢} + ٣ (٢) د (س) = $\sqrt{٢}$ س + ١

(٣) د (س) = $\sqrt{س}$ + ٥ س (٤) د (س) = ٤

---------------------------------- الحـــــــــــــــــل ----------------------------------

(١) كثيرة حدود (٢) كثيرة حدود (٣) ليست كثيرة حدود (٤) كثيرة حدود

تدريب (١):

أي من الدوال الاتية تمثل دالة كثيرة حدود :

(١) د (س) = ٥ س^{٢} + ٨ س^{٣} (٢) د (س) = $\frac{١}{٢}$ س^{٣} + س

(٣) د (س) = $\frac{١}{س}$ + ٣ س (٤) د (س) = ٧

مثال محلول (٢):

أكمل ما يلي :

(١) الدالة د (س) = ٥ س^{٢} + ٣ س + ٤ كثيرة حدود من الدرجة ....

(٢) الدالة د (س) = ٣ س^{٤} + ٤ س^{٣} + ٢ س^{٢} كثيرة حدود من الدرجة ....

(٣) الدالة د (س) = ٣ س + ٥ كثيرة حدود من الدرجة ....

---------------------------------- الحـــــــــــــــــل ----------------------------------

(١) الدالة د (س) = ٥ س^{٢} + ٣ س + ٤ كثيرة حدود من الدرجة الثانية



(٢) الدالة د (س) = ٣ س^{٤} + ٤ س^{٣} + ٢ س^{٢} كثيرة حدود من الدرجة الرابعة

(٣) الدالة د (س) = ٣ س + ٥ كثيرة حدود من الدرجة الاولي

تدريب (٢): أكمل ما يلي :

(١) الدالة د (س) = ٨ س^{٥} + ٣ س^{٤} + ٤ كثيرة حدود من الدرجة ....

(٢) الدالة د (س) = ٧ س^{٢} + ٤ س + ٢ كثيرة حدود من الدرجة ....

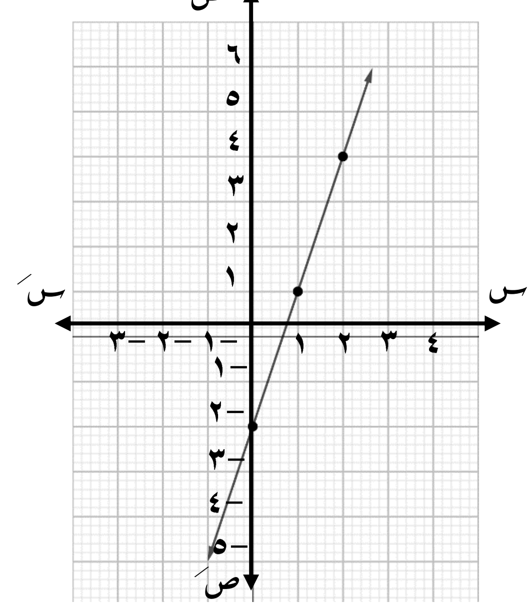
(٣) الدالة د (س) = $\frac{١}{٢}$ س + ٥ كثيرة حدود من الدرجة ....

مثال محلول (٣):

مثل بيانيا الدالة د (س) = ٣ س − ٢



س	٠	١	٢
ص	−٢	١	٤



تدريب (٣):

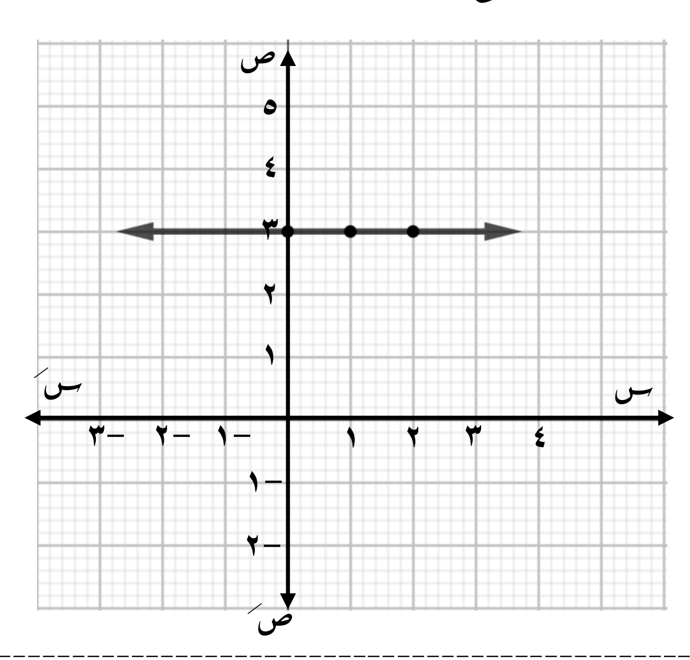
مثل بيانيا الدالة د (س) = ٢ س + ١



مثال محلول (٤): مثل بيانيا الدالة د (س) = ٣

الحــــــــــــل

س	٠	١	٢
ص	٣	٣	٣



تدريب (٤): مثل بيانيا الدالة د (س) = – ٤

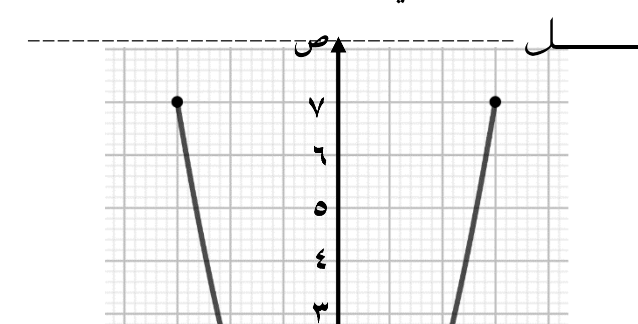
مثال محلول (٥):

مثل بيانيا الدالة التربيعية د حيث د (س) = س^{٢} – ٢ متخذا س ∈ [– ٣ ، ٣]

و من الرسم استنتج احداثي راس المنحنى و معادلة محور التماثل و القيمة العظمي أو القيمة الصغرى للدالة

الحــــــــــــل

س	–٣	–٢	–١	٠	١	٢	٣
ص	٧	٢	–١	–٢	–١	٢	٧



احداثي رأس المنحني (٠ ، – ٢)

معادلة محور التماثل س = صفر (متماثل حول محور الصادات)

القيمة الصغرى للدالة = – ٢

تدريب (٥):



مثل بيانيا الدالة التربيعية د حيث د (س) = (س − ٢)^{٢} متخذا س ∋ [− ١ ، ٥]

و من الرسم استنتج احداثي راس المنحنى و معادلة محور التماثل و القيمة العظمي أو القيمة الصغرى للدالة

حل تدريب (١):

(١) كثيرة حدود (٢) كثيرة حدود (٣) ليست كثيرة حدود (٤) كثيرة حدود

حل تدريب (٢):

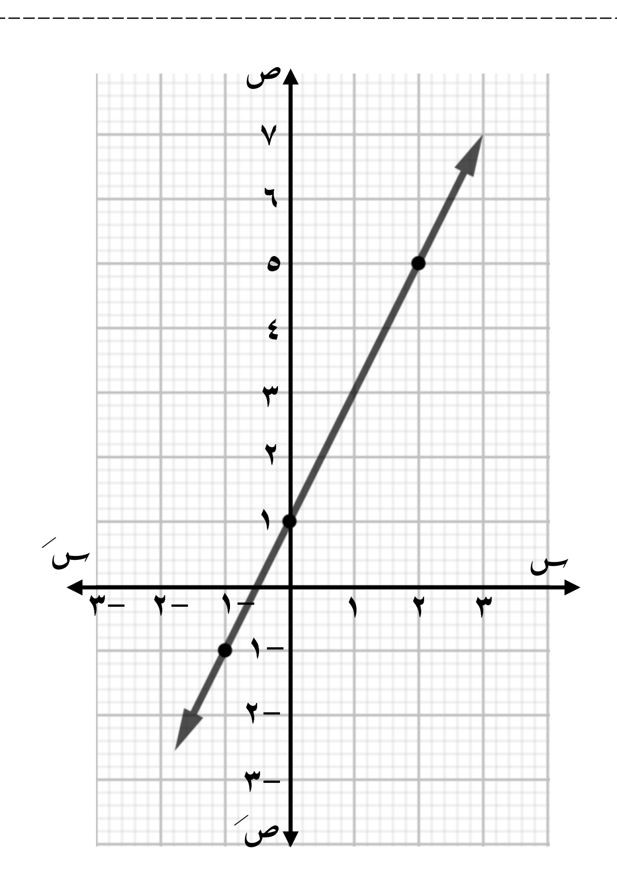
(١) الدالة د (س) = ٨ س^{٥} + ٣ س^{٤} + ٤ كثيرة حدود من الدرجة الخامسة

(٢) الدالة د (س) = ٧ س^{٢} + ٤ س + ٢ كثيرة حدود من الدرجة الثانية

(٣) الدالة د (س) = $\frac{١}{٢}$ س + ٥ كثيرة حدود من الدرجة الاولي

حل تدريب (٣): د (س) = ٢ س + ١

س	−١	٠	٢
ص	−١	١	٥





حل تدريب (٤):

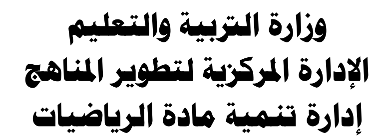
حل تدريب (٥):

س	١−	٠	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

احداثي رأس المنحنى (٢ ، ٠)

معادلة محور التماثل س = ٢

القيمة الصغرى للدالة = صفر





تمارين على الدرس الرابع :

السؤال الاول : أكمل العبارات التالية لتصبح صحيحة

(١) المستقيم الذي يمثل الدالة ص = ٢ س − ١ يقطع محور الصادات في النقطة (…… ، ……)

(٢) المستقيم الذي يمثل الدالة ص = ٣ س + ٦ يقطع محور السينات في النقطة (…… ، ……)

(٣) إذا كانت النقطة (ك ، ٤) تقع على منحنى الدالة د (س) = س^{٢} فإن ك = ……أو ك = …….

(٤) إذا كانت د (س) = س^{٢} + ٣س + ٢ فإن د (٣) − ٣ د (١) = …………………

(٥) إذا كانت د (س) = س^{٢} − ٣ س ، ر (س) = س − ٣ فإن د (٣) − ر (٣) = …..

السؤال الثاني :

مثل بيانيا الدالة التربيعية د حيث د (س) = ٤ − س^{٢} متخذا س ∈ [− ٣ ، ٣]

و من الرسم استنتج احداثي راس المنحنى و معادلة محور التماثل و القيمة العظمي أو القيمة الصغرى

السؤال الثالث :

إذا كانت د (س) = ٤ س + ب و كانت د (٣) = ١٥ فأوجد قيمة ب

السؤال الرابع :

مثل بيانيا المستقيم الذي يمثل الدالة الخطية د حيث د (س) = س + ١

ثم أوجد نقط تقاطعه مع محوري الإحداثيات

السؤال الخامس :

مثل بيانيا الدالة التربيعية د حيث د (س) = س^{٢} + ٢س+ ١ متخذا س ∈ [− ٤ ، ٢]

و من الرسم استنتج احداثي راس المنحنى و معادلة محور التماثل و القيمة العظمي أو القيمة الصغرى

حلول تمارين على الدرس الرابع :

إجابة السؤال الاول :

(١) (صفر ، – ١)

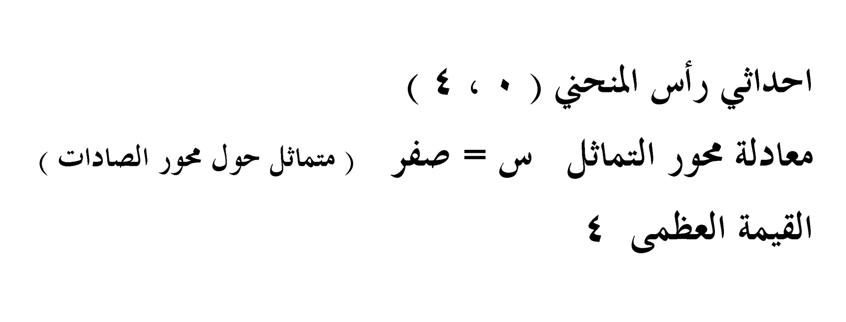
(٢) (–٢ ، صفر)

(٣) ك = ٢ أو ك = – ٢

(٤) ٢

(٥) صفر

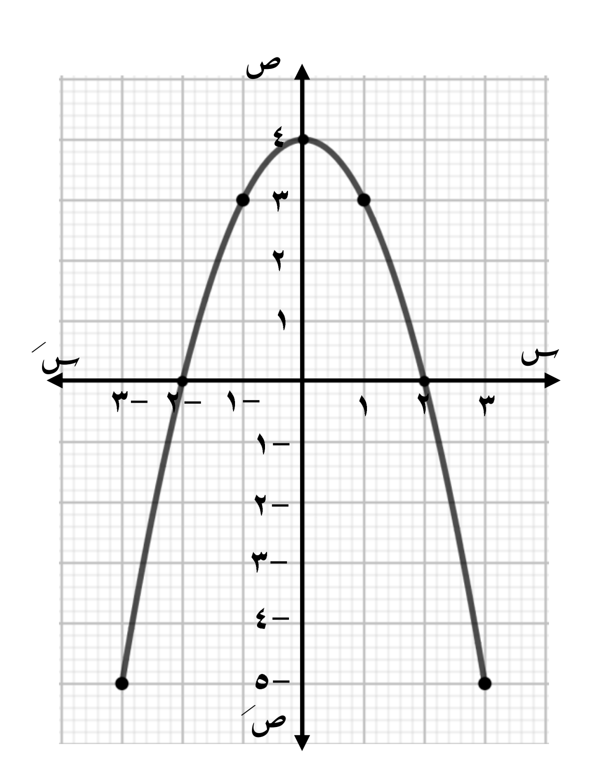
إجابة السؤال الثاني :



احداثي رأس المنحني (٠ ، ٤)

معادلة محور التماثل س = صفر (متماثل حول محور الصادات)

القيمة العظمى ٤



إجابة السؤال الثالث :

د (٣) = ٤ × ٣ + ب = ١٥

١٢ + ب = ١٥

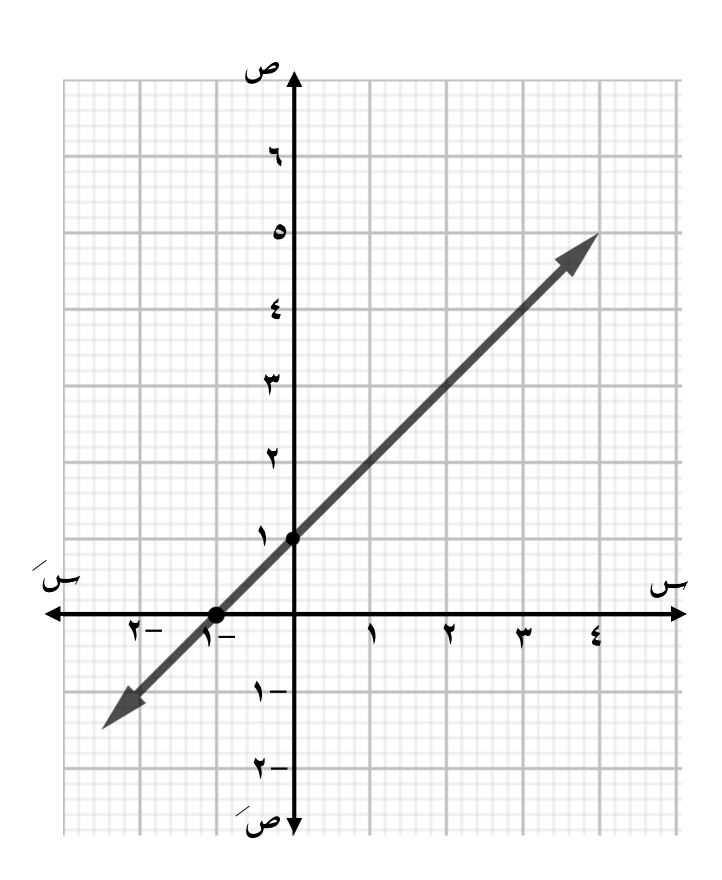
ب = ٣



إجابة السؤال الرابع :

نقطة التقاطع مع محور السينات (– ١ ، ٠)

نقطة التقاطع مع محور الصادات (٠ ، ١)

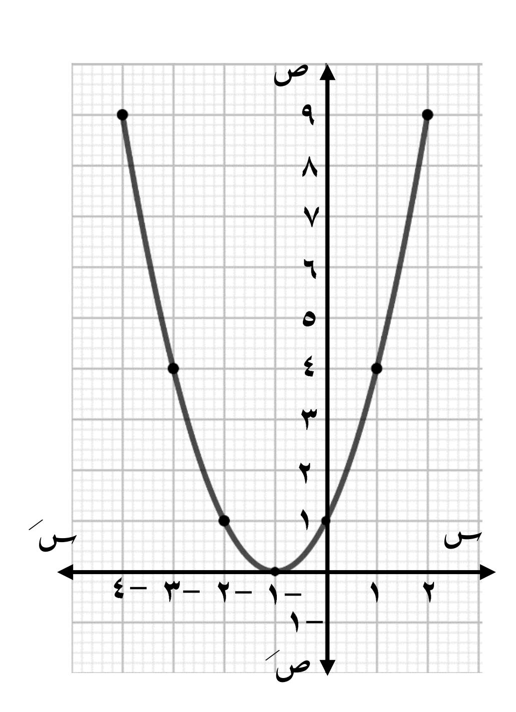


إجابة السؤال الخامس :

احداثي رأس المنحنى (–١ ، ٠)

معادلة محور التماثل س = – ١

القيمة الصغرى صفر





تمارين على الوحدة الأولي

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) النقطة (٣ ، − ٩) تقع في الربع ....

أ) الأول　　ب) الثاني　　ج) الثالث　　د) الرابع

(٢) إذا كان (س ، ص) = (٢ ، س − ١) فإن ص = ...

أ) ٣　　ب) ٢　　ج) ١　　د) − ١

(٣) إذا كان (٢ ، س − ١) = (ص ، ٣) فإن س + ص = ...

أ) − ٣　　ب) ٢　　ج) ٣　　د) ٦

(٤) إذا كان س = { ١ ، ٣ } ، ص = { ٣ ، ٥ } فإن ن (س × ص) = ...

أ) ١٢　　ب) ٤　　ج) ٢　　د) ١

(٥) إذا كان س = { ١ ، ٣ } ، ن (ص) = ٥ فإن ن (س × ص) = ...

أ) ١٠　　ب) ٩　　ج) ٣　　د) ٢

(٦) إذا كان ن(س) = ٣ ، ن (ص) = ٦ فإن ن (س × ص) = ...

أ) ١٨　　ب) ٩　　ج) ٣　　د) ٢

(٧) إذا كان ن(س) = ٤ ، ن (س × ص) = ١٢ فإن ن (ص) = ...

أ) ٤٨　　ب) ١٢　　ج) ٨　　د) ٣

(٨) إذا كان ن (س) = ٣ ، ن ($ص^٢$) = ١٦ فإن ن (س × ص) = ...

أ) ٤٨　　ب) ١٩　　ج) ١٣　　د) ١٢

(٩) إذا كان ن (س) = ٣ ، ن (س × ص) = ١٢ فإن ن ($ص^٢$) = ...

أ) ٣٦　　ب) ١٦　　ج) ١٥　　د) ٩

(١٠) إذا كانت س = { ٢ ، ٥ } ، ص = { ٦ } فإن (٢ ، ٦) ∋ ....

أ) $س^٢$　　ب) $ص^٢$　　ج) س × ص　　د) ص × س



(١١) إذا كانت س = { ٣ } ، ص = { ٥ } فإن ن (س × ص) = ...

أ) ١٥ ب) ٨ ج) ٢ د) ١

(١٢) الدالة د : د (س) = س^{٣} + ٢س^{٢} + ٤ كثيرة حدود من الدرجة ....

أ) الاولي ب) الثانية ج) الثالثة د) الرابعة

(١٣) إذا كانت س = { ٢ ، ٥ } ، ص = { ٦ } ، كانت ع دالة من س إلي ص

فإن بيان ع يمكن أن يكون ....

أ) { (٦ ، ٢) ، (٦ ، ٥) } ب) { (٢ ، ٦) ، (٢ ، ٦) }

ج) { (٢ ، ٦) ، (٥ ، ٦) } د) { (٥ ، ٦) }

(١٤) إذا كانت ع دالة من س إلي ص ، بيان ع = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٥) }

فإن مدى هذه الدالة هو ....

أ) { ١ ، ٢ ، ٤ } ب) { ٢ ، ٣ ، ٥ }

ج) { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } د) { ٢ }

(١٥) إذا كانت ع دالة من س إلي ص ، بيان ع = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٥) }

فإن مجال هذه الدالة هو ....

أ) { ١ ، ٢ ، ٤ } ب) { ٢ ، ٣ ، ٥ }

ج) { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } د) { ٢ }

(١٦) إذا كانت س = { ٢ ، ٥ ، ٧ ، ٩ } و كانت ع دالة على س ، كان بيان

ع = { (ك ، ٥) ، (٥ ، ٧) ، (٧ ، ٥) ، (٩ ، ٧) } فإن ك = ...

أ) ٩ ب) ٧ ج) ٢٥ د) ٢



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
إدارة تنمية مادة الرياضيات

السؤال الثاني : أكمل العبارات التالية لتصبح صحيحة :

(١) إذا كان (س – ٥ ، ٧) يقع على محور الصادات فإن س = ...

(٢) إذا كان (س ، ٢٧) = (٣ ، ص^{٣}) س – ص = ...

(٣) إذا كان (س ، ٢٧) = (٣ ، ص^{٣}) س – ص = ...

(٤) إذا كانت د (س) = ٢ س + ١ فإن د (٣) – د (١) = ...

(٥) إذا كانت النقطة (ك ، ٣) تقع على الخط المستقيم الذي يمثل الدالة د : ح ← ح

، (س) = س – ٢ فإن ك = ...

(٦) إذا كانت س × ص = { (٢ ، ٥) } فإن س = ...

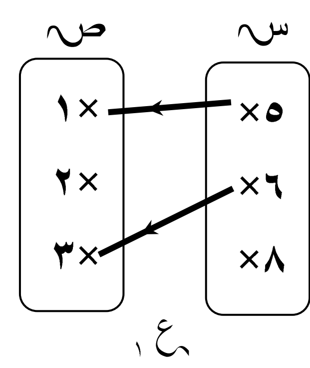
(٧) إذا كانت س × ص = { (٢ ، ٥) } فإن ص = ...

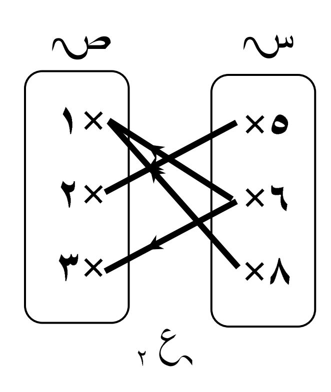
(٨) إذا كانت س × ص = { (٢ ، ٥) } فإن س ∩ ص = ...

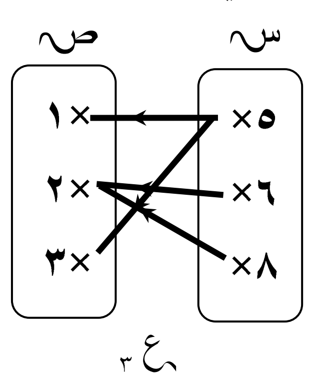
(٩) المستقيم الذي يمثل الدالة د (س) = ٣ س – ٦ يقطع محور الصادات في النقطة ....

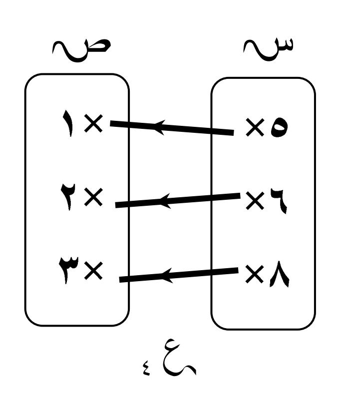
(١٠) المستقيم الذي يمثل الدالة د (س) = ٣ س – ٦ يقطع محور السينات في النقطة ....

(١١) فيما يلي العلاقة التي تمثل دالة من س إلي ص هي ....









السؤال الثالث :

إذا كانت س = { ٣ ، ٩ } ، ص = { ٣ ، ٧ ، ٨ } ، ع = { ٨ }

أوجد :

(١) س × ع (٢) ع × ص (٣) (س ∩ ص) × ع



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
إدارة تنمية مادة الرياضيات

السؤال الرابع :

إذا كانت س × ص = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٤) }

أوجد : س ، ص ، س ∩ ص ، ن (س٢)

السؤال الخامس :

إذا كانت س = { ١ ، ٢ } ، ص = { ١ ، ٣ ، ٦ } ، وكانت ع دالة من س إلي ص

حيث أ ع ب تعني أن " أ + ب = عدد أولي " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

أكتب بيان ع و مثلها بمخطط سهمي ، هل ع تمثل دالة مع ذكر السبب ؟

السؤال السادس :

إذا كانت : س = { ٤ ، ٥ ، ٦ } وكانت ع علاقة على س

حيث أ ع ب تعني أن " أ – ب = ١ " لكل أ ∈ س ، ب ∈ س

أولا : أكتب بيان ع و مثلها بمخطط سهمي ثالثا : هل ع تمثل دالة و لماذا ؟

السؤال السابع :

مثل بيانيا منحني الدالة د حيث د (س) = (س + ١)٢ + ٢ متخذا س ∈ [– ٤ ، ٢]

و من الرسم أوجد أحداثي رأس المنحني و معادلة محور التماثل و القيمة العظمي أو القيمة الصغرى للدالة

السؤال الثامن :

مثل بيانيا الدالة د (س) = س – ٢ ، و أوجد نقط تقاطع المستقيم الممثل لها مع محوري الإحداثيات



اختبار الوحدة الاولي : العلاقات و الدوال

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان النقطة (٣ ، س) تقع في الربع الرابع فإن س يمكن أن تكون ....

أ) صفر ب) ٣ ج) ٢ د) −١

(٢) إذا كان (س − ٢ ، ص) = (٧ ، ٢ س) فإن ص = ...

أ) ٥ ب) ٩ ج) ١٠ د) ١٨

(٣) إذا كانت د (س) = $س^٢$ فإن د (١) − د (− ١) = ...

أ) ٢ ب) صفر ج) −٢ د) − ٤

(٤) الدالة د (س) = ٢ س + ٦ كثيرة حدود من الدرجة ....

أ) الاولي ب) الثانية ج) الثالثة د) السادسة

(٥) إذا كان احداثي رأس منحني الدالة د (س) = $س^٢$ − ك هو (٠ ، ٢) فإن ك = ...

أ) ٢ ب) ١ ج) −١ د) −٢

(٦) إذا كان س = { ٢ ، ١ } ، ص = { أ ، ٥ }

، س × ص = { (٢ ، ٦) ، (٢ ، ٥) ، (١ ، ٦) ، (١ ، ٥) } فإن أ = ...

أ) ١ ب) ٢ ج) ٥ د) ٦

السؤال الثاني :

إذا كان : (س − ٢ ، ٧) = (٥ ، ص − ٥) فأوجد $س^٢$ + ص

السؤال الثالث :

إذا كان : س = { ١ ، ٥ } ، ص = { ٣ ، ٥ } ، ع = { ٥ }

أوجد : أولا : س × ص و مثله بمخطط بياني

ثانيا : (س ∩ ص) × ع



السؤال الرابع :

إذا كانت س = { ٥ ، ٦ ، ٧ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، وكانت ع دالة من س إلي ص

حيث أ ع ب تعني أن " أ + ب < ٨ " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

أكتب بيان ع و مثلها بمخطط سهمي ، هل ع تمثل دالة مع ذكر السبب ؟

السؤال الخامس :

مثل بيانيا منحني الدالة د حيث د (س) = ١ − س^{٢} متخذا س ∈ [− ٢ ، ٢]

و من الرسم أوجد أحداثي رأس المنحني و معادلة محور التماثل و القيمة العظمي أو القيمة الصغرى للدالة

إجابة تمارين على الوحدة الأولي

إجابة السؤال الأول

(١) ج الثالث (٢) ج ١ (٣) د ٦

(٤) ب ٤ (٥) د ٢ (٦) أ ١٨

(٧) د ٣ (٨) د ١٢ (٩) ب ١٦

(١٠) ج س × ص (١١) د ١ (١٢) ج الثالثة

(١٣) ج { (٢ ، ٦) ، (٥ ، ٦) } (١٤) ب { ٢ ، ٣ ، ٥ }

(١٥) أ { ١ ، ٢ ، ٤ } (١٦) د ٢

السؤال الثاني : أكمل العبارات التالية لتصبح صحيحة :

(١) ٥ (٢) صفر (٣) ٤ (٤) ٥

(٥) { ٢ } (٦) { ٥ } (٧) ∅ (٨) (٠ ، − ٦)

(٩) (٢ ، ٠) (١٠) ع؛



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
إدارة تنمية مادة الرياضيات

إجابة السؤال الثالث :

(١) س × ع = { (٣ ، ٨) ، (٩ ، ٨) }

(٢) ع × ص = { (٨ ، ٣) ، (٨ ، ٧ ، (٨ ، ٨)

(٣) (س ∩ ص) × ع = { ٣ } × { ٨ }

= { (٣ ، ٨) }

إجابة السؤال الرابع :

س = { ١ ، ٢ ، ٣ }

، ص = { ٢ ، ٣ ، ٤ }

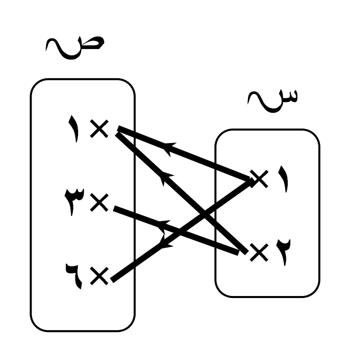
، س ∩ ص = { ٢ ، ٣ }

، ن (س^{٢}) = ٩

إجابة السؤال الخامس :

ع = { (١ ، ١) ، (١ ، ٦) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٣) }

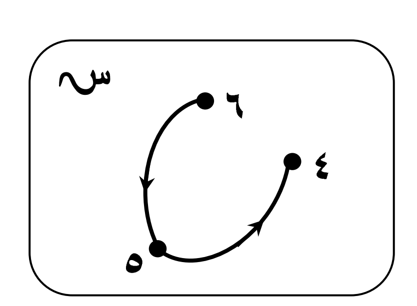
ع ليست دالة لان العنصر ١ ∈ س خرج منه أكثر من سهم



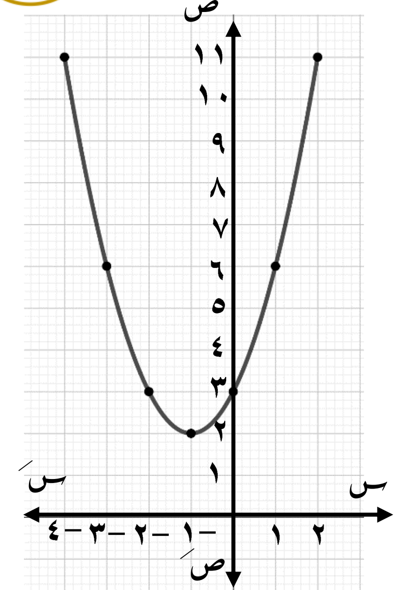
إجابة السؤال السادس :

ع = { (٥ ، ٤) ، (٦ ، ٥) }

ع ليست دالة لان العنصر ٤ ∈ س لم يخرج منه سهم







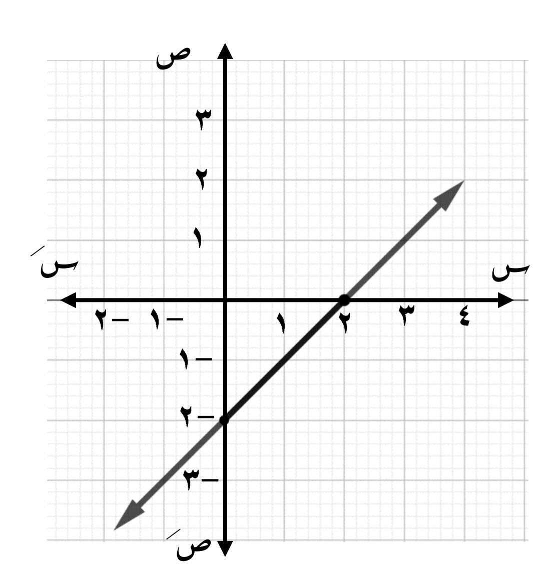
إجابة السؤال السابع :

س	–٤	–٣	–٢	–١	٠	١	٢
ص	١١	٦	٣	٢	٣	٦	١١

رأس المنحني (– ١ ، ٢)

معادلة محور التماثل هي س = ١

القيمة الصغرى للدالة = –٢



إجابة السؤال الثامن :

س	٠	٢	٣
ص	–٢	٠	١

نقطة التقاطع مع محور السينات (٢ ، ٠)

نقطة التقاطع مع محور الصادات (٠ ، –٢)



اختبار الوحدة الاولي : العلاقات و الدوال

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) د -١ (٢) د ١٨ (٣) ب صفر

(٤) أ الاولي (٥) د -٢ (٦) د ٦

السؤال الثاني :

س - ٢ = ٥ ، ص - ٥ = ٧

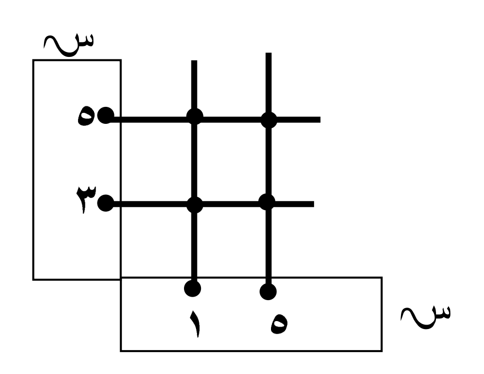
س = ٧ ص = ١٢

س^{٢} + ص = (٧)^{٢} + ١٢

= ٦١

السؤال الثالث :

أولا : س × ص = { (١ ، ٣) ، (١ ، ٥) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥) }



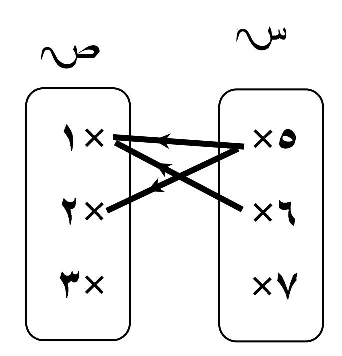
ثانيا : (س ∩ ص) × ع = { ٥ } × { ٥ }

= { (٥ ، ٥) }



إجابة السؤال الرابع :

ع = { (٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٦ ، ١) }

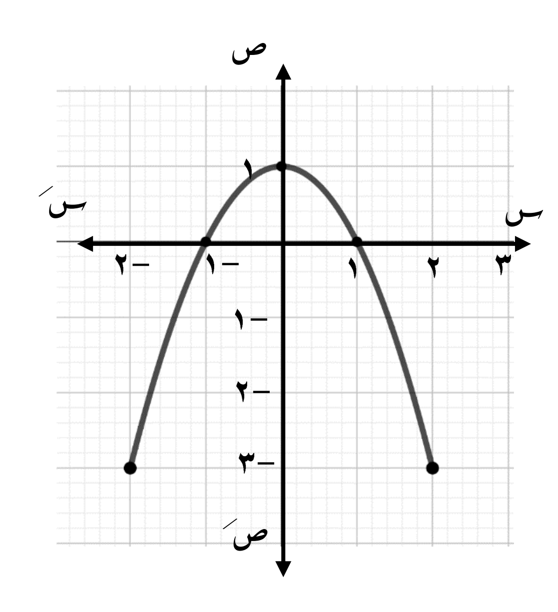


ع لا تمثل دالة لان العنصر ٧ ∈ س

لم يخرج منه سهم

إجابة السؤال الخامس :

س	٢−	١−	٠	١	٢
ص	٣−	٠	١	٠	٣−



أحداثي رأس المنحني (٠ ، ١)

معادلة محور التماثل س = ٠

القيمة العظمي للدالة = ١



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

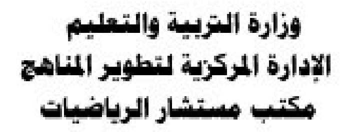
رياضيات

الصف الثالث الإعدادي

الوحدة الثانية

الجبر





الوحدة الثانية : النسبة و التناسب و التغير الطردي و التغير العكسي

الدرس الأول: النسبة

ملخص الدرس: النسبة هي : مقارنة بين كميتين

فإذا كان هناك ٤ أولاد ، ٣ بنات فإن النسبة بين عدد الأولاد إلى عدد البنات يمكن كتابتها بأحدي الصور

٤ : ٣ أو $\frac{٤}{٣}$

و عموما إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن النسبة بين العدد أ و العدد ب

تكتب بإحدى الصور أ : ب أو $\frac{أ}{ب}$

و يسمى أ مقدم النسبة ، و يسمى ب تالي النسبة و يسمى أ ، ب معاً حدى النسبة

ملاحظات :

١ – إذا ضرب كل من حدى النسبة في (أو قسما على) عدد حقيقي لا يساوي صفر فإن النسبة لا تتغير

٢ – إذا أضيف إلي كل من حدي النسبة (أو طرح من كل منهما) عدد حقيقي لا يساوي صفر

فإن قيمة النسبة تتغير (حيث النسبة ≠ صفر)

مثال محلول (١): أوجد العدد الذي إذا أضيف إلي حدي النسبة ٥ : ٩ فإنها تصبح ٢ : ٣

الحـــــــــل

نفرض أن العدد : س

$$\frac{٥ + س}{٩ + س} = \frac{٢}{٣}$$

٣ (٥ + س) = ٢ (٩ + س)

١٥ + ٣ س = ١٨ + ٢س

س = ٣ ∴ العدد ٣



تدريب (١):

أوجد العدد الذي إذا أضيف إلي حدي النسبة ٧ : ٩ فإنها تصبح ٤ : ٥

مثال محلول (٢): أوجد العدد الذي إذا أضيف مربعه إلي حدي النسبة ٧ : ١١ فأنها تصبح ٤ : ٥

الحـــــل

نفرض العدد س

$$\frac{٧ + س^٢}{١١ + س^٢} = \frac{٤}{٥}$$

$$٣٥ + ٥\,س^٢ = ٤٤ + ٤س^٢$$

$$س^٢ = ٩$$

س = ٣ أو س = − ٣

العدد هو ٣ أو − ٣

تدريب (٢): أوجد العدد الذي إذا أضيف مربعه إلي حدي النسبة ٥ : ١١ فأنها تصبح ٣ : ٥

حل تدريب (١):

نفرض العدد س

$$\frac{٧ + س}{٩ + س} = \frac{٤}{٥}$$

٥ (٧ + س) = ٤ (٩ + س)

٣٥ + ٥ س = ٣٦ + ٤س

س = ١



حل تدريب (٢):

نفرض العدد س

$$\frac{٥ + س^٢}{١١ + س^٢} = \frac{٣}{٥}$$

$$٢٥ + ٥ س^٢ = ٣٣ + ٣س^٢$$

$$٢س^٢ = ٨ \qquad س^٢ = ٤$$

س = ٢ أو س = − ٢

العدد هو ٢ أو − ٢

تمارين على الدرس الأول:

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان ٣ س = ٥ ص فإن س : ص = ...

أ) ٣ : ٥ ب) ٥ : ٣ ج) ٣ : ٨ د) ٥ : ٨

(٢) إذا كان ٢أ = ٥ ب فإن $\frac{أ}{ب}$ = ...

أ) $\frac{-٥}{٢}$ ب) $\frac{-٢}{٥}$ ج) $\frac{٢}{٥}$ د) $\frac{٥}{٢}$

السؤال الثاني :

عددان صحيحان النسبة بينهما ٣ : ٧ إذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ أوجد العددين

السؤال الثالث :

عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٣ إذا أضيف للأول ٧ ، و طرح من الثاني ١٢ صارت النسبة بينهما ٥ : ٣ أوجد العددين

السؤال الرابع :

أوجد العدد الذي إذا طرح ثلاثة أمثاله من حدي النسبة $\frac{٤٩}{٦٩}$ فإنها تصبح $\frac{٢}{٣}$



حلول تمارين على الدرس الأول:

إجابة السؤال الأول :

(١) ب ٥ : ٣ (٢) د $\frac{٥}{٢}$

إجابة السؤال الثاني :

نفرض العددان ٣ س ، ٧ س

$$\frac{٣ س - ٥}{٧ س - ٥} = \frac{١}{٣}$$

٩س - ١٥ = ٧س - ٥

٢س = ١٠ س = ٥

العددان ١٥ ، ٣٥

إجابة السؤال الثالث :

نفرض العددان ٢ س ، ٣ س

$$\frac{٢ س + ٧}{٣ س - ١٢} = \frac{٥}{٣}$$

٦س + ٢١ = ١٥س - ٦٠

٩س = ٨١

س = ٩ العددان ١٨ ، ٢٧

إجابة السؤال الرابع :

نفرض أن العدد س

$$\frac{٤٩ - ٣س}{٦٩ - ٣س} = \frac{٢}{٣}$$

١٤٧ - ٩س = ١٣٨ - ٦س

٣س = ٩

س = ٣ العدد هو ٣

الوحدة الثانية : النسبة و التناسب و التغير الطردي و التغير العكسي

الدرس الثاني: التناسب

ملخص الدرس:

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$ فإنه يقال أن أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة ،

و إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة فإن : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$

في التناسب : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$ يسمي أ الأول المتناسب ، ب الثاني المتناسب

، جـ الثالث المتناسب ، ء الرابع المتناسب

كما يسمي : أ ، ء طرفي التناسب ، ب ، جـ وسطي التناسب

خواص التناسب :

أولا : إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$ فإن :

(١) أ = م جـ ، ب = م ء حيث م $\in$ ح*

(٢) أ ء = ب جـ (حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين)

(٣) $\frac{أ}{جـ} = \frac{ب}{ء}$

فمثلا : $\frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$ لاحظ أن : ٤ = ٤ × ١ ، ٨ = ٤ × ٢

لاحظ أن : ٤ × ٢ = ٨ × ١

لا حظ أن : $\frac{٤}{١} = \frac{٨}{٢}$



ثانيا : إذا كان : أ ء = ب جـ فإن $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$ ، $\frac{أ}{جـ} = \frac{ب}{ء}$

فمثلاً : ٣ × ٨ = ٤ × ٦ لاحظ أن : $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨}$ ، $\frac{٣}{٦} = \frac{٤}{٨}$

ثالثا : إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء} = \frac{هـ}{و} = \dots\dots$ ، $م_١ ، م_٢ ، م_٣ ، \dots\dots \in ح^*$

فإن : $\frac{أ م_١ + جـ م_٢ + هـ م_٣ + \dots\dots}{ب م_١ + ء م_٢ + و م_٣ + \dots\dots}$ = إحدى النسب

فمثلا : $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨}$ لاحظ أن : $\frac{٣ \times ٥ + ٦ \times ٧}{٤ \times ٥ + ٨ \times ٧} = \frac{٣}{٤}$ إحدى النسب

ملحوظة هامة إذا فرضنا أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء} = م$ حيث م مقدار ثابت لا يساوي الصفر

فإن أ = ب م ، جـ = ء م

لاحظ : $\frac{٨}{٤} = \frac{١٠}{٥} = ٢$ ٨ = ٤ × ٢ ، ١٠ = ٥ × ٢

التناسب المتسلسل :

يقال للكميات أ ، ب ، جـ إنها في تناسب متسلسل إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ}$

أ يسمي الأول المتناسب ، ب الوسط المتناسب ، جـ الثالث المتناسب

حيث : $ب^٢ = أ جـ$ أو $ب = \pm\sqrt{أ جـ}$

مثال محلول (١): إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$ فأوجد قيمة المقدار : $\frac{٣أ + ٢ ب}{٥أ - ب}$

الحـــــــــل

نفرض أن أ = ٢ م ، ب = ٣ م م ≠ صفر

المقدار = $\frac{٣ \times ٢م + ٢ \times ٣ م}{٥ \times ٢م - ٣ م} = \frac{١٢ م}{٧ م}$

$= \frac{١٢}{٧}$



تدريب (١):

إذا كان : $\frac{س}{ص} = \frac{٣}{٥}$ فأوجد قيمة المقدار : $\frac{٧س + ٩ص}{٤س + ٢ص}$

مثال محلول (٢): أوجد الثاني المتناسب للأعداد : ٢ ، .... ، ٨ ، ١٢

الحـــــــــل

نفرض أن الثاني المتناسب س

$$\frac{٢}{س} = \frac{٨}{١٢}$$

$$س \times ٨ = ٢ \times ١٢$$

$$س = \frac{٢ \times ١٢}{٨}$$

$$س = ٣$$

تدريب (٢): أوجد الرابع المتناسب : ٥ ، ٤ ، ١٠ ، ....

مثال محلول (٣): إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، ى كميات متناسبة فأثبت أن : $\frac{٣أ - ٢جـ}{٣ب - ٢ى} = \frac{أ}{ب}$

الحـــــــــل

$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ى} = م$ ∴ أ = ب م ، جـ = ى م

الطرف الأيمن = $\frac{٣ \times ب م - ٢ ى م}{٣ب - ٢ى} = \frac{م (٣ب - ٢ى)}{٣ب - ٢ى} = م$

الطرف الايسر = $\frac{أ}{ب} = \frac{ب م}{ب} = م$

∴ الطرفان متساويان

تدريب (٣): إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، ى كميات متناسبة فأثبت أن : $\frac{أ}{ب - أ} = \frac{جـ}{ى - جـ}$



مثال محلول (٤): أوجد الوسط المتناسب بين ٤ ، ٩

الحـــــــل

الوسط المتناسب = $\pm\sqrt{٤ \times ٩} = \pm ٦$

تدريب (٤): أوجد الوسط المتناسب بين ٣ ، ٢٧

مثال محلول (٥): إذا كانت ب وسطاً متناسباً بين أ ، جـ فأثبت أن :

$$\frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢} = \frac{ب^٢ + جـ^٢}{جـ^٢}$$

الحـــــــل

$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$ ∴ ب = جـ م ، أ = ب م ∴ أ = جـ م^٢

الطرف الأيمن : $\frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢} = \frac{جـ^٢ م^٤ + جـ^٢ م^٢}{جـ^٢ م^٢} = م^٢ + ١$

الطرف الايسر : $\frac{ب^٢ + جـ^٢}{جـ^٢} = \frac{جـ^٢ م^٢ + جـ^٢}{جـ^٢} = م^٢ + ١$

∴ الطرفان متساويان

تدريب (٥): إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ فأثبت أن :

$$\frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢ + جـ^٢} = \frac{أ}{جـ}$$



مثال محلول (٦): إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء كميات في تناسب متسلسل فأثبت أن :

$$\frac{أب - جـء}{ب^2 - جـ^2} = \frac{أ + جـ}{ب}$$

الحـــــــل

$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{ء} = م$ ∴ جـ = ء م ، ب = ء م^2 ، أ = ء م^3

الطرف الأيمن : $\frac{ء^2م^5 - ء^2م}{ء^2م^4 - ء^2م^2} = \frac{ء^2م(م^4 - 1)}{ء^2م^2(م^2 - 1)} = \frac{(م^2 - 1)(م^2 + 1)}{م(م^2 - 1)}$

$= \frac{(م^2 + 1)}{م}$

الطرف الايسر : $\frac{ء م^3 + ء م}{ء م^2} = \frac{(م^2 + 1)}{م}$

∴ الطرفان متساويان

تدريب (٦): إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء كميات في تناسب متسلسل فأثبت أن :

$$\frac{جـ^2 - ء^2}{أ - جـ} = \frac{ب ء}{أ}$$

حل تدريب (١) ٣ **حل تدريب (٢)** ٨

حل تدريب (٣) اثبات **حل تدريب (٤)** ± ٩

حل تدريب (٥) اثبات **حل تدريب (٦)** اثبات



تمارين على الدرس الثاني :

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان $\frac{أ}{٢} = \frac{جـ}{٣} = \frac{هـ}{٤} = \frac{٢أ + ٣جـ - ٢هـ}{ك}$ فإن ك = ...

أ) - ٥ ب) ٣ جـ) ٥ د) ٩

(٢) الثالث المتناسب للعددين ٣ ، ٦ هو ....

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ٢ جـ) ٩ د) ١٢

(٣) إذا كانت ٢ ، ٣ ، ٦ ، س كميات متناسبة فإن س = ...

أ) ١٨ ب) ١٢ جـ) ٩ د) ٣

(٤) الوسط المتناسب الموجب بين ٢ ، ١٨ هو ....

أ) ٣٦ ب) ١٢ جـ) ٩ د) ٦

(٥) الوسط المتناسب بين ٥ ، ٢٠ هو ....

أ) ١٠٠ ب) ± ١٠ جـ) ١٠ د) -١٠

(٦) إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$ فإن قيمة المقدار ٦ ب - ٨ أ + ٤ = ...

أ) ٣ ب) ٤ جـ) - ٤ د) - ٣

(٧) إذا كانت أ ، ٣ ، ٩ ، ب في تناسب متسلسل فإن ب - أ = ...

أ) ٣ ب) ٩ جـ) ٢٦ د) ٢٧

(٨) الوسط المتناسب بين ٣$س^٣$ ، ٢٧س هو ....

أ) ± ٩$س^٢$ ب) ± ٩ جـ) ٨١ $س^٤$ د) ± ٩ س

(٩) إذا كانت ٢ ، ٣ ، ٤ ، س - ١ كميات متناسبة فإن س = ...

أ) ٦ ب) ٧ جـ) ١٢ د) ١٤

(١٠) إذا كانت س - ١ ، ٢ ، ٤ ، س + ١ كميات متناسبة فإن س = ... ، س ∈ ط

أ) - ٣ ب) ٣ جـ) ±٣ د) ٩

السؤال الثاني :

إذا كان : ٢ س = ٣ ص فأوجد قيمة المقدار : $\frac{\text{٥س + ص}}{\text{س + ٢ ص}}$

السؤال الثالث :

إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{٢}} = \frac{\text{ب}}{\text{٣}} = \frac{\text{جـ}}{\text{٤}} = \frac{\text{٢أ − ب + ٥جـ}}{\text{٣ك}}$ فأوجد قيمة ك

السؤال الرابع :

إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ فأثبت أن :

$$\frac{\text{أ − جـ}}{\text{أ − ب}} = \frac{\text{ب + جـ}}{\text{ب}}$$

السؤال الخامس :

إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة فأثبت أن :

$$\frac{\text{ب − أ}}{\text{أ}} = \frac{\text{د − جـ}}{\text{جـ}}$$

السؤال السادس :

إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات في تناسب متسلسل فأثبت أن :

$$\frac{\text{جـ}^{2} - \text{د}^{2}}{\text{أ − جـ}} = \frac{\text{ب د}}{\text{أ}}$$



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

حلول تمارين على الدرس الثاني :

إجابة السؤال الأول :

(١) جـ ٥ (٢) د ١٢ (٣) جـ ٩ (٤) د ٦ (٥) ب ± ١٠

(٦) ب ٤ (٧) جـ ٢٦ (٨) أ ± ٩س^{٢} (٩) ب ٧ (١٠) ب ٣

إجابة السؤال الثاني : $\frac{١٧}{٧}$

إجابة السؤال الثالث : ٧

إجابة السؤال الرابع : اثبات

إجابة السؤال الخامس : اثبات

إجابة السؤال السادس : اثبات

الوحدة الثانية : النسبة و التناسب و التغير الطردي و التغير العكسي

الدرس الثالث: التغير الطردي و التغير العكسي

ملخص الدرس: أولا : التغير الطردي :

يقال أن ص تتغير طردياً مع س ، و تكتب ص $\propto$ س إذا كانت ص = م س (حيث م ثابت $\neq$ صفر)

و إذا أخذ المتغير س القيمتين $س_1$ ، $س_2$ و أخذ المتغير ص القيمتين $ص_1$ ، $ص_2$ على الترتيب

فإن : $\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_1}{س_2}$

ملاحظات:

١ – العلاقة : ص = م س علاقة خطية بين المتغيرين ص ، س و يمثلها خط مستقيم يمر نقطة الأصل

٢ – إذا كانت ص $\propto$ س فإن ص = م س ، و كذلك إذا كانت ص = م س فإن ص $\propto$ س

ثانيا : التغير العكسي :

يقال أن ص تتغير عكسياً مع س ، و تكتب ص $\propto \frac{1}{س}$ إذا كانت ص س = م (حيث م ثابت $\neq$ صفر)

و إذا أخذ المتغير س القيمتين $س_1$ ، $س_2$ و أخذ المتغير ص القيمتين $ص_1$ ، $ص_2$ على الترتيب

فإن : $\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_2}{س_1}$

ملاحظات:

١ – العلاقة : ص س = م ليست علاقة خطية بين المتغيرين ص ، س و لا يمثلها خط مستقيم

٢ – إذا كانت ص $\propto \frac{1}{س}$ فإن ص = $\frac{م}{س}$ ، و كذلك إذا كانت ص = $\frac{م}{س}$ فإن ص $\propto \frac{1}{س}$

مثال محلول (١): إذا كانت : ص $\propto$ س ، و كانت ص = ٤٠ عندما س = ١٤ فأوجد س عندما ص = ٨٠

الحـــــــــل

$ص_1$ = ٤٠ ، $س_1$ = ١٤ ، $ص_2$ = ٨٠ ، $س_2$ = ؟

$\because$ ص $\propto$ س $\therefore \frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_2}{س_1}$ $\therefore \frac{40}{80} = \frac{س_2}{14}$

$\therefore$ $س_2$ = ٧



تدريب (١):

إذا كانت : ص $\propto$ س ، وكانت ص = ٥ عندما س = ٧ فأوجد س عندما ص = ١٠

مثال محلول (٢): إذا كانت ص تتغير عكسيا مع س ، ص = ٢ عندما س = ٤

فأوجد قيمة ص عندما س = ١٦

الحـــــــل

$ص_١ = ٢$ ، $س_١ = ٤$ ، $ص_٢ = ؟$ ، $س_٢ = ١٦$

$\because$ ص $\propto \frac{١}{س}$ $\therefore \frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$ $\therefore \frac{٢}{ص_٢} = \frac{١٦}{٤}$

$\therefore ص_٢ = \frac{١}{٢}$

تدريب (٢):

إذا كانت ص تتغير عكسيا مع س ، ص = ١٢ عندما س = ٤٨

فأوجد قيمة ص عندما س = ٦٤

مثال محلول (٣): إذا كانت ص $\propto \frac{١}{س}$ ، وكانت ص = ٣ عندما س = ٢ فأوجد :

أولا : العلاقة بين ص ، س ثانيا : قيمة ص عندما س = ١,٥

الحـــــــل

$\because$ ص $\propto \frac{١}{س}$ $\therefore$ ص = $\frac{م}{س}$ (حيث م ثابت $\neq$ صفر)

$\therefore ٣ = \frac{م}{٢}$ $\therefore$ م = ٦

أولا : العلاقة بين ص ، س هي ص س = ٦

ثانيا : ص × ١,٥ = ٦ $\therefore$ ص = ٤



تدريب (٣):

إذا كانت : ص $\propto$ $\frac{١}{س}$ ، وكانت ص = ٢ عندما س = ٤ فأوجد :

أولا : العلاقة بين ص ، س ثانيا : قيمة ص عندما س = ١٦

مثال محلول (٤):

إذا كانت : ص $\propto$ س ، وكانت ص = ٢ عندما س = ٨ فأوجد :

أولا : العلاقة بين ص ، س ثانيا : قيمة ص عندما س = ١٢

الحـــــــــل

$\because$ ص $\propto$ س $\therefore$ ص = م س (حيث م ثابت $\neq$ صفر)

$\therefore$ ٢ = ٨ م $\therefore$ م = $\frac{١}{٤}$

أولا : العلاقة بين ص ، س هي ص = $\frac{١}{٤}$ س

ثانيا : ص = $\frac{١}{٤}$ × ١٢ $\therefore$ ص = ٣

تدريب (٤):

إذا كانت : ص $\propto$ س ، وكانت ص = ٦ عندما س = ٣ فأوجد :

أولا : العلاقة بين ص ، س ثانيا : قيمة ص عندما س = ٥



حلول التدريبات

حل تدريب (١) س = ١٤

حل تدريب (٢) ص = ٩

حل تدريب (٣) أولا : ص س = ٨

، ثانيا ص = ٠,٥

حل تدريب (٤) أولا : ص = ٢ س

، ثانيا ص = ١٠

تمارين على الدرس الثالث

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت س ص = ٨ فإن ص $\propto$ ………

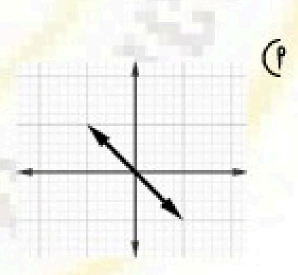
أ) س ب) $\frac{١}{س}$ ج) س − ٨ د) س + ٨

(٢) العلاقة التي تمثل تغيراً طرديا بين المتغيرين ص ، س هي ………

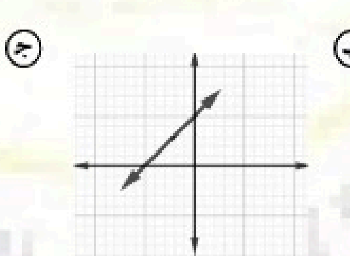
أ) س ص = ٥ ب) ص = س + ٣ ج) $\frac{س}{٣} = \frac{٤}{ص}$ د) $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$

(٣) إي من الاشكال البيانية الاتية تمثل تغيراً طردياً بين س ، ص ……

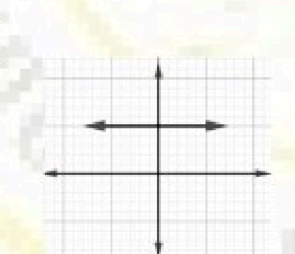
أ)



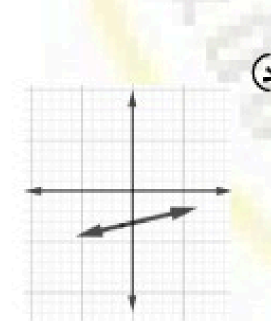
ب)



ج)



د)





(٤) إذا كانت ص تتغير عكسيا مع س ، س = $\sqrt{٣}$ عندما ص = $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

فإن ثابت التناسب يساوي ....

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) ٢ د) ٦

السؤال الثاني :

من بيانات الجدول التالي أجب :

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

(١) بين نوع التغير بين ص ، س (٢) أوجد ثابت التغير

(٣) أوجد قيمة ص عندما س = ٣ (٤) أوجد قيمة س عندما ص = ٢ $\frac{٢}{٥}$

السؤال الثالث :

إذا كانت ص تتغير عكسيا مع $\sqrt{س}$ ، و كانت ص = ٩ عندما س = ١٦

أوجد قيمة س عندما ص = ٤

السؤال الرابع :

تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث تتناسب المسافة المقطوعة طرديا مع الزمن فإذا قطعت السيارة ٥٤٠ كم في ٦ ساعات ، فكم كيلو مترا تقطعها السيارة في ١٠ ساعات

السؤال الخامس :

إذا كان ص = أ − ٩ ، كان ص $\propto \frac{١}{س^{٢}}$ ، و كان أ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$ فأوجد :

أولا : العلاقة بين ص ، س

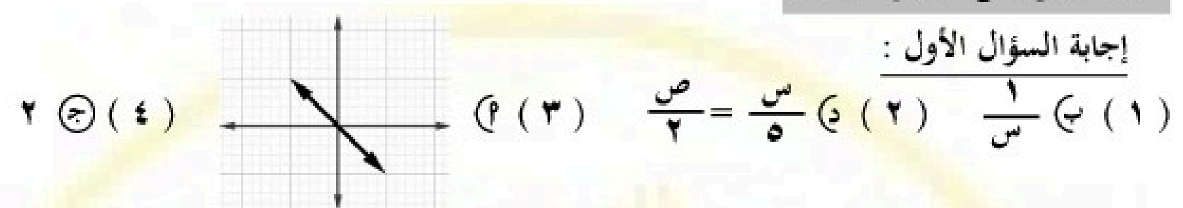
ثانيا : قيمة ص عندما س = ١



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

حلول تمارين على الدرس الثالث :

إجابة السؤال الأول :



(١) ب $\frac{١}{س}$ (٢) د $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$ (٣) أ (٤) ج ٢

إجابة السؤال الثاني : (١) عكسي (٢) ١٢ (٣) ٤ (٤) ٥

إجابة السؤال الثالث : ٨١

إجابة السؤال الرابع : ٩٠٠ كم

إجابة السؤال الخامس : أولا : ص $س^{٢}$ = ٤ ثانيا : ص = ٤



تمارين عامة على الوحدة الثانية :

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان ١٢ س = ٣ ص فإن $\frac{ص}{س}$ = …………

أ) $\frac{١}{٤}$ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) ٣ د) ٤

(٢) إذا كانت ص ∝ س ، وكانت ص = ٢ عندما س = ٨ فإن س = ١٢ عندما ص = …….

أ) ٣ ب) ٤ ج) $\frac{٤}{٣}$ د) ٤٨

(٣) إذا كان : $س^{٤}$ $ص^{٢}$ – ١٤ $س^{٢}$ ص + ٤٩ = صفر فإن ص ∝ ……..

أ) س ب) $س^{٢}$ ج) $\frac{١}{س^{٢}}$ د) $\frac{١}{س}$

(٤) إذا كان : $\frac{أ + ب}{٣}$ = $\frac{ب + جـ}{٦}$ = $\frac{أ + جـ}{٥}$ ، فإن $\frac{أ + ب + جـ}{أ}$ = ……………

أ) ١٤ ب) ٧ ج) ١ د) $\frac{١}{٧}$

(٥) إذا كانت : س ، ٤ ، ص ، ٥ كميات متناسبة فإن س : ص = ……..

أ) ٥ : ٤ ب) ٤ : ٥ ج) ٤ : ١ د) ٥ : ١



السؤال الثاني :

أوجد العدد الذي إذا طرح من الاعداد ٥ ، ٨ ، ١١ ، ٢٠ حصلنا على أعداد متناسبة

السؤال الثالث :

إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة فأثبت أن :

$$\frac{أ + ب}{ب} = \frac{جـ + ء}{ء}$$

السؤال الرابع :

إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ فأثبت أن :

$$\frac{أ^{2} + ب^{2}}{ب^{2} + جـ^{2}} = \frac{أ}{جـ}$$

السؤال الخامس :

إذا كانت : ص $\propto$ س^{2} ، وكانت ص = ٣٦ عندما س = ٢ فأوجد :

أولا : العلاقة بين ص ، س ثانيا : قيمة ص عندما س = ١

السؤال السادس :

إذا كانت : ٧ ، س ، $\frac{١}{ص}$ في تناسب متسلسل أوجد قيمة : ٧ س^{2} ص

السؤال السابع :

إذا كانت : ص تتغير عكسيا مع مربع س ، وكانت ص = ٥ عندما س = ٣

فأوجد قيمة ص عندما س = $\sqrt{١٥}$



حلول تمارين عامة على الوحدة الثانية :

إجابة السؤال الأول :

(١) د ٤ (٢) أ ٣ (٣) جـ $\frac{١}{س^٢}$ (٤) ب ٧ (٥) ب ٤ : ٥

إجابة السؤال الثاني : ٢

إجابة السؤال الثالث : اثبات

إجابة السؤال الرابع : اثبات

إجابة السؤال الخامس : أولا : ص = ٩ $س^٢$ ثانيا : ص = ٩

إجابة السؤال السادس : ٤٩

إجابة السؤال السابع : ٣



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

اختبار على الوحدة الثانية :

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الوسط المتناسب الموجب بين ١ ، ٩ هو ....

أ) ١ ب) ٣ ج) ٥ د) ٩

(٢) الثاني المتناسب للأعداد ٢ ، ..... ، ٨ , ١٢ هو ....

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٤ د) ٦

(٣) إذا كانت : أ $\propto$ ب ، وكانت أ= ٣ عندما ب = ٢ فإن ب = ٤ عندما أ = ...

أ) ٦ ب) ٨ ج) ١٢ د) ٤٨

(٤) إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٧}$ فإن $\frac{أ+ ب}{ب}$ = ...

أ) ٧ ب) ١ ج) $\frac{٨}{٧}$ د) $\frac{٧}{٨}$

(٥) إذا كانت : ص تتغير عكسيا بتغير $س^{٣}$ ، كانت س = ٣ عندما ص = ١

فإذا كانت س = ١ فإن ص = ...

أ) ١ ب) ٣ ج) ٩ د) ٢٧



السؤال الثاني :

أوجد العدد الذي إذا أضيف إلي كل من الاعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فإنها تكون متناسبة

السؤال الثالث :

إذا كانت $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{ع}{٥}$ فأثبت أن : $\frac{٢ص - ع}{٣س - ٢ص + ع} = \frac{١}{٢}$

السؤال الرابع :

إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ فأثبت أن :

$$\frac{٢أ + ٣ب}{٢ب + ٣جـ} = \frac{أ}{ب}$$

السؤال الخامس :

إذا كانت : ص ∝ س ، وكانت ص = ١٤ عندما س = ٤٢ فأوجد :

أولا : العلاقة بين ص ، س ثانيا : قيمة ص عندما س = ٦٠



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

إجابة اختبار على الوحدة الثانية :

إجابة السؤال الأول :

(١) ب ٣ (٢) ب ٣ (٣) أ ٦ (٤) جـ $\frac{٨}{٧}$ (٥) د ٢٧

إجابة السؤال الثاني : ٢

إجابة السؤال الثالث : اثبات

إجابة السؤال الرابع : اثبات

إجابة السؤال الخامس : أولا : ص = $\frac{١}{٣}$ س ثانيا : ص = ٢٠



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

رياضيات

الصف الثالث الإعدادي

الوحدة الثالثة

الاحصاء



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

الدرس الأول: جمع البيانات

ملخص الدرس:

مصادر جمع البيانات :

أولا : مصادر أولية (مصادر ميدانية)

هي المصادر التي نحصل منها على البيانات بشكل مباشر و تتم عن طريق :

١ – المقابلة الشخصية ٢ – الاستبيان (استطلاع الرأي)

المميزات : يتميز هذا النوع بالدقة

العيوب : تحتاج إلى وقت و مجهود – مكلفة من الناحية المادية

ثانيا : مصادر ثانوية (مصادر تاريخية)

هي المصادر التي نحصل منها على البيانات من أجهزة أو هيئات رسمية مثل :

١ – نشرات الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحصاء ٢ – الانترنت ٣ – وسائل الاعلام

المميزات : يتميز هذا النوع من المصادر بتوفير الوقت و الجهد و المال

أسلوب جمع البيانات :

أولا : أسلوب الحصر الشامل

يعني جمع البيانات المتعلقة بالظاهرة محل الدراسة من جميع مفردات المجتمع الاحصائي و يستخدم لحصر جميع مفردات المجتمع مثل التعداد العام للسكان

المميزات : الشمول – عدم التحيز – دقة النتائج

العيوب : يحتاج وقت طويل – يحتاج مجهود كبير – التكلفة باهظة

ثانيا : أسلوب العينات

يقوم على فكرة اختيار عينة من المجتمع الاحصائي الذي تمثله ثم نجري البحث على هذه العينة و ما نحصل عليه من نتائج يتم تعميمه على المجتمع بأكمله



مزايا أسلوب العينات

١ – توفير الوقت و الجهد و التكاليف

٢ – الطريقة الوحيدة لجمع البيانات عن المجتمعات الكبيرة (مجتمع الأسماك مثلا)

٣ – الأسلوب الوحيد لدراسة بعض المجتمعات المحدودة في بعض الأحيان مثل

أ – فحص دم مريض من خلال عينة (لان فحص الدم كله يؤدي إلي الوفاه)

ب – فحص إنتاج مصنع للمصابيح الكهربية لتحديد عمر المصباح

(حيث إن معرفة العمر الزمني للمصباح يقتضي اشعاله حتى احتراقه)

عيوب أسلوب العينات

عدم دقة النتائج إذا كانت العينة المختارة لا تمثل المجتمع تمثيلا جيداً (صادقاً) و تسمي بالعينة المتحيزة

كيفية اختيار العينات و الشروط الواجب توافرها في العينة :

أولا : الاختيار المتحيز (العينات غير العشوائية)

و هو اختيار العينة بطريقة تناسب أهداف البحث و تعرف بالعينة العمدية فمثلا :

عند دراسة مدى استيعاب التلاميذ لموضوع ما في مادة الرياضيات يجب أن نحلل نتائج الاختبار في ذلك الموضوع لتلاميذ سبق لهم دراسة الموضوع نفسه دون سائر التلاميذ

ثانيا : الاختيار العشوائي (العينات العشوائية)

و هو اختيار العينة بحيث تكون فرص ظهور أي من مفردات المجتمع فيها متساوية

من أهم أنواع العينات العشوائية :

(١) العينة العشوائية البسيطة

هي أبسط أنواع العينات و يتم سحبها من المجتمعات المتجانسة و يتوقف اختيارها علي :

حجم و عدد وحدات المجتمع

أولا : إذا كان حجم المجتمع صغيراً

فمثلا عند اختيار عينة من خمسة طلاب من بين ٤٠ طالب فيمكن ذلك عن طريق إعداد بطاقة لكل طالب يكتب عليها اسمه أو رقمه بحيث تكون جميع البطاقات متماثلة و تسحب بطاقة واحد عشوائيا و يتم تكرار هذه العملية حتى يتم اختيار العينة المطلوبة



ثانيا : إذا كان حجم المجتمع كبيرا

يتم استخدام الالة الحاسبة أو برنامج (EXCEL) في انتاج أرقام عشوائية في النطاق ٠,٠٠٠ إلي ٠,٩٩٩ مع إهمال العلامة العشرية ليصبح النطاق من صفر إلي ٩٩٩ مع استبعاد الأرقام الأكبر من عدد مجتمع الدراسة مع تكرار الضغط على مفتاح = تتوالي ظهور الأرقام

→ ON → SHIF → Ran # → =

(٢) العينة العشوائية الطبقية

تستخدم في حالة المجتمعات الغير متجانسة فيتم تقسيم المجتمع إلي مجموعات متجانسة تبعا للصفات المكونة لها و تسمي كل مجموعة بطبقة و يختار الباحث عينة عشوائية تمثل فيها كل طبقة بحسب حجمها في المجتمع و تعرف بالعينة الطبقية فمثلا : إذا كان مجتمع الدراسة مكون من ٤٠٠ شخص بحيث تكون نسبة الذكور إلي الإناث ٣ : ٢ ، و أردنا اختيار عينة من ٥٠ شخصاً فلابد أن نختار ٣٠ شخصا من طبقة الذكور ، ٢٠ شخصا من طبقة الإناث بطريقة عشوائية

مثال محلول (١):

ترغب إدارة أحد الفنادق في معرفة أراء ٣٠٠ نزيل بها في مستوي الخدمة المقدمة لهم فقامت بإعطاء كل نزيل رقما من ٢٠١ إلي ٥٠٠ ، و اختيار ١٠ % منهم كعينة عشوائية لسؤالهم عن مستوي الخدمة

حدد باستخدام الالة الحاسبة أرقام النزلاء المستهدفين في هذه العينة

------------------------------ الحـــــــــــــــــل ------------------------------

عدد النزلاء = ٣٠٠ نزيل

عدد العينة العشوائية = ٣٠٠ × ١٠% = ٣٠ نزيل

→ ON → SHIF → Ran # → =

نستبعد الاعداد خارج النطاق ٢٠١ إلي ٥٠٠

٣٦٦ ، ٢٥٨ ، ٤٩٢ ، ....و هكذا حتي نحصل على ٣٠ رقم

التي تمثل أرقام النزلاء المستهدفين -----------



تدريب (١):

ترغب إدارة أحد الفنادق في معرفة أراء ٥٠٠ نزيل بها في مستوي الخدمة المقدمة لهم فقامت بإعطاء كل نزيل رقما من ٤٠١ إلي ٩٠٠ ، و اختيار ٥ % منهم كعينة عشوائية لسؤالهم عن مستوي الخدمة

حدد باستخدام الالة الحاسبة أرقام النزلاء المستهدفين في هذه العينة

حل تدريب (١): **حاول بنفسك**



الدرس الثاني: التشتت

ملخص الدرس:

الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = مجموع قيم المفردات ÷ عدد هذه المفردات

التشتت : لأي مجموعة من القيم يقصد بها التباعد أو الاختلاف بين مفرداتها

و يكون التشتت صغيرا إذا كان الاختلاف بين المفردات قليلا

و يكون التشتت كبيرا إذا كان الاختلاف بين المفردات كبيراً

و يكون التشتت صفراً إذا تساوت جميع قيم المفردات

أي أن التشتت هو مقياس يعبر عن مدى تجانس المجموعات

مقاييس التشتت :

(١) المدي (أبسط مقاييس التشتت)

هو الفرق بين أكبر المفردات و أصغرها في المجموعة

فمثلا : المجموعة الأولي : ٥٨ ، ٥٥ ، ٥٣ ، ٥٧ ، ٥١ ، ٦٠ مداها = ٦٠ − ٥١ = ٩

المجموعة الثانية : ٩٢ ، ٤٩ ، ٤٧ ، ٤٥ ، ٥٢ ، ٤٢ مداها = ٩٢ − ٤٢ = ٥٠

و على ذلك نلاحظ أن المجموعة الثانية أكثر تشتتاً من المجموعة الأولي

ملاحظات :

- **المدى هو أبسط و أسهل طرق قياس التشتت**
- **يتأثر المدى تأثيرا كبيرا بالقيم المتطرفة**
- **لا يعطي صورة صادقة لتشتت المجموعة حيث يعتمد على المفردتين الكبرى و الصغرى**



مثال محلول (١):

احسب المدى لمجموعة القيم : ٨ ، ١٢ ، ٩ ، ٢٤ ، ١٥

------------------------------ الحـــــــــــــل ----------------------------------

المدى = ٢٤ − ٨ = ١٦

تدريب (١):

احسب المدى لمجموعة القيم : ٢ ، ٧ ، ١٠ ، ١١ ، ٨

---

(٢) الانحراف المعياري :

أكثر مقاييس التشتت انتشاراً و أدقها

و هو الجذر التربيعي الموجب لمتوسطات مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(\text{س} - \overline{\text{س}})^{2}}{\text{ن}}}$

حيث σ الانحراف المعياري

$\overline{\text{س}}$ الوسط الحسابي لمفردات المجتمع

ن عدد المفردات ، مجـ عملية جمع



أولا : حساب الانحراف المعياري لمجموعة من المفردات

مثال محلول (٢): احسب الانحراف المعياري للقيم الاتية : ١٠ ، ١١ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٩

------------------------------ الحـــــــــــــــــل ------------------------------------

$$\overline{س} = \frac{١٠ + ١١ + ١٤ + ١٦ + ١٩}{٥} = ١٤$$

س	س – $\overline{س}$	(س – $\overline{س}$)^{٢}
١٠	ـ٤	١٦
١١	ـ٣	٩
١٤	صفر	صفر
١٦	٢	٤
١٩	٥	٢٥
	المجموع	٥٤

$$\sigma = \sqrt{\frac{مجـ(س – \overline{س})^{٢}}{ن}}$$

$$= \sqrt{\frac{٥٤}{٥}} = ٣,٢٨٦$$

تدريب (٢):

احسب الانحراف المعياري للقيم الاتية : ٧٣ ، ٥٤ ، ٦٢ ، ٧١ ، ٦٠

ثانيا : حساب الانحراف المعياري لتوزيع تكراري

$$\sigma = \sqrt{\frac{مجـ(س – \overline{س})^{٢} ك}{مجـ ك}}$$

س تمثل القيمة أو مركز المجموعة ك تكرار المجموعة أو المجموعة

مجـ ك مجموع التكرارات الوسط الحسابي $\overline{س} = \frac{مجـ سك}{مجـ ك}$



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

مثال محلول (٣):

فيما يلي توزيع تكراري يبين درجات ١٠ طلاب في احد الاختبارات

الدرجة	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الطلاب	١	٢	٣	٣	١	١٠

احسب الانحراف المعياري للدرجة

الحــــــــــــــــل

س	ك	س × ك	س – $\overline{\text{س}}$	$(\text{س} - \overline{\text{س}})^{٢}$	$(\text{س} - \overline{\text{س}})^{٢} \times \text{ك}$
٥	١	٥	–٤	١٦	١٦
٨	٢	١٦	–١	١	٢
٩	٣	٢٧	صفر	صفر	صفر
١٠	٣	٣٠	١	١	٣
١٢	١	١٢	٣	٩	٩
المجموع	١٠	٩٠	ـــــــ	ـــــــ	٣٠

الوسط الحسابي = ٩٠ ÷ ١٠ = ٩

$$\sigma = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(\text{س} - \overline{\text{س}})^{٢}\,\text{ك}}{\text{مجـ ك}}}$$

$$= \sqrt{\frac{٣٠}{١٠}} \simeq ١,٧$$



تدريب (٣):

التوزيع التكراري التالي يبين عدد أطفال بعض الاسر في احدى المدن الجديدة :

الدرجة	صفر	١	٢	٣	٤
عدد الطلاب	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦

أحسب الانحراف المعياري لهذا التوزيع

ثالثا : حساب الانحراف المعياري لتوزيع تكراري ذي مجموعات

مثال محلول (٤):

للتوزيع التكراري التالي احسب الانحراف المعياري

المجموعات	صفر –	٤ –	٨ –	١٢ –	١٦ – ٢٠	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٢	٩	٢٥

الحـــــــــــــــل

المجموعات	ك	مركز المجموعة س	س × ك	س – $\overline{س}$	$(س - \overline{س})^2$	$(س - \overline{س})^2 \times ك$
صفر –	٣	٢	٦	‎-٩,٦	٩٢,١٦	٢٧٦,٤٨
٤ –	٤	٦	٢٤	‎-٥,٦	٣١,٣٦	١٢٥,٤٤
٨ –	٧	١٠	٧٠	‎-١,٦	٢,٥٦	١٧,٩٢
١٢ –	٢	١٤	٢٨	٢,٤	٥,٧٦	١١,٥٢
١٦ –	٩	١٨	١٦٢	٦,٤	٤٠,٩٦	٣٦٨,٦٤
المجموع	٢٥	----	٢٩٠	____	____	٨٠٠

الوسط الحسابي = ٢٩٠ ÷ ٢٥ = ١١,٦

$$\sigma = \sqrt{\frac{مجـ (س - \overline{س})^2 ك}{مجـ ك}} = \sqrt{\frac{٨٠٠}{٢٥}} \simeq ٥,٧$$



تدريب (٤):

التوزيع التكراري التالي يبين كمية البنزين التي تستهلكها مجموعة من السيارات

عدد الكيلو مترات لكل لتر	٥ –	٧ –	٩ –	١١ –	١٣ –	١٥ – ١٧	المجموع
عدد السيارات	٣	٦	١٠	١٢	٥	٤	٤٠

احسب الانحراف المعياري لعدد الكيلو مترات لكل لتر

حلول تدريبات الدرس الثاني

حل تدريب ١ : ٩

حل تدريب ٢ : ٧,٠٧

حل تدريب ٣ ٠.٩٦

حل تدريب ٤ ٢,٧



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

تدريبات على الوحدة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) المدى لمجموعة القيم : ٧ ، ١ ، ٦ ، ٩ ، ٥ هو ....

أ) ١٢ ب) ٨ ج) ٦ د) ٣

(٢) من مقاييس التشتت ....

أ) المنوال ب) الوسط الحسابي ج) الوسيط د) المدى

(٣) الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يسمى ....

أ) الانحراف المعياري ب) الوسط الحسابي ج) الوسيط د) المدى

(٤) الانحراف المعياري للكميات ٧ ، ٧ ، ٧ ، ٧ ، ٧ يساوي ....

أ) ٧ ب) ٥ ج) ٣ د) صفر

(٥) إذا كانت : مجـ (س − $\overline{\text{س}}$)^{٢} = ٣٦ لمجموعة من القيم عددها ٩ فإن الانحراف المعياري يساوي .....

أ) ٢ ب) ٤ ج) ١٨ د) ٢٧

(٦) إذا كانت ٢٣ هي أكبر مفردات مجموعة ما من القيم ، وكان المدى لها ١٢ فإن أصغر مفردات هذه المجموعة هي ....

أ) ٢٥ ب) ٢٠ ج) ٢١ د) ١١



السؤال الثاني :

احسب الانحراف المعياري للقيم ١٦ ، ٣٢ ، ٥ ، ٢٠ ، ٢٧

السؤال الثالث :

احسب الانحراف المعياري للقيم ٢١ ، ١٨ ، ١٦ ، ١٣ ، ١٢

السؤال الرابع :

فيما يلي توزيع تكراري بين درجات ١٠ طلاب في احد الاختبارات

الدرجة	صفر	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الطلاب	٥	٧	٧	٥	٦	٣٠

احسب الانحراف المعياري للدرجة

السؤال الخامس :

احسب الانحراف المعياري للتوزيع التكراري التالي :

المجموعات	٠ –	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ – ٥٠	المجموع
التكرار	٢	٥	١١	١٥	٧	٤٠



إجابة تمارين الوحدة

إجابة السؤال الأول :

(١) ب 8 (٢) د المدى (٣) أ الانحراف المعياري

(٤) د صفر (٥) أ ٢ (٦) د ١١

إجابة السؤال الثاني : ٩.٣

إجابة السؤال الثالث : ٣,٢٩

إجابة السؤال الرابع : ١.٣٧

إجابة السؤال الخامس : ١٠,٧



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

رياضيات

الصف الثالث الاعدادى

الوحدة الرابعة

حساب المثلثات

الوحدة الرابعة : حساب المثلثات

الدرس الأول : النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة :

ملخص الدرس:

القياس الستينى للزاوية :–

١–القياس الستينى نوع من أنواع القياس وحداته الدرجة والدقيقة والثانية

١° = ٦٠ ′ (الدرجة = ٦٠ دقيقة) ١ ′ = ٦٠ ″ (الدقيقة = ٦٠ ثانية)

وقد تتكون الزاوية من درجات فقط أو درجات ودقائق أو درجات ودقائق وثوانى .

٢– يستخدم المفتاح [°′″] لكتابة الزاوية باستخدام الحاسبة .

٣– مجموع قياسى الزاويتين المتتامتين = ٩٠°

٤– مجموع قياسى الزاويتين المتكاملتين = ١٨٠°

٥– مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

النسب المثلثية للزاوية الأساسية للزاوية الحادة :

١–النسبة المثلثية للزاوية الحادة هى نسبة بين طولى أى ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية الذى تقع فيه هذه الزاوية .

٢– توجد ثلاث نسب مثلثية أساسية لاى زاوية حادة وهى :

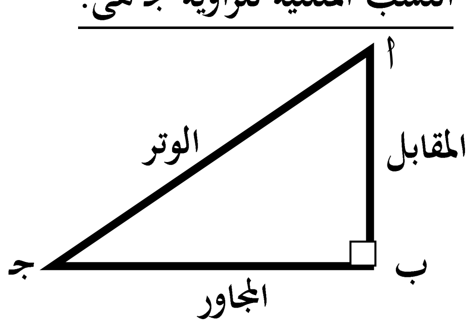
أ) جيب الزاوية ويرمز له بالرمز (حا) وبالانجليزية بالرمز (**Sin**)

ب) جيب تمام الزاوية ويرمز له بالرمز (حتا) وبالانجليزية بالرمز (**cos**)

ج) ظل الزاوية ويرمز له بالرمز (طا) وبالانجليزية بالرمز (**tan**)

٣- إذا كان المثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى ب فإن :

النسب المثلثية للزاوية جـ هى:

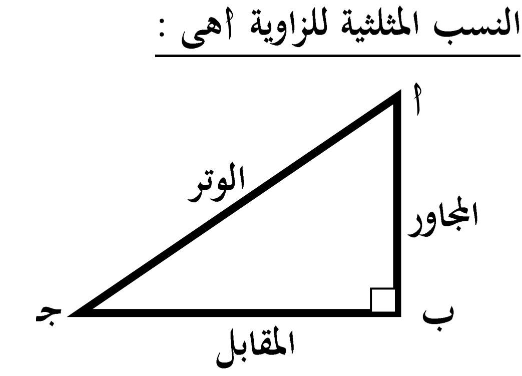


حاجـ = المقابل / الوتر = أ ب / أ جـ

حتاجـ = المجاور / الوتر = ب جـ / أ جـ

طاجـ = المقابل / المجاور = أ ب / ب جـ

النسب المثلثية للزاوية أ هى :

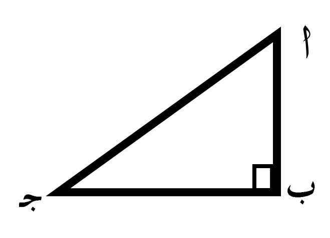


حا أ = المقابل / الوتر = ب جـ / أ جـ

حتا أ = المجاور / الوتر = أ ب / أ جـ

طا أ = المقابل / المجاور = ب جـ / أ ب

٤- من نظرية فيثاغورث لاحظ أن :



$(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$(\text{أ ب})^2 = (\text{أ جـ})^2 - (\text{ب جـ})^2$

$(\text{ب جـ})^2 = (\text{أ جـ})^2 - (\text{أ ب})^2$

٥- لأى زاويتين متتامتين س ، ص يكون : حا س = حتاص ، حتا س = حا ص

٦- إذا كانت ∠ س ، ∠ ص زاويتين حادتين وكان حاس = حتا ص أوحتا س =حا ص فإن ∠س تتمم ∠ص

٧- لأى زاوية حادة أ يكون طا أ = حا أ / حتا أ



مثال محلول (١): زاويتان متتامتان النسبة بينهما ٧: ٩ أوجد القياس الستينى لكل منهما .

الحـــــــل

نفرض أن الزاويتان هما ٧ س ، ٩ س

٧س + ٩ س = ٩٠ ⠀⠀ ١٦ س = ٩٠ ⠀⠀ ∴ س = $\frac{٩٠}{١٦}$

∴ قياس الزاوية الأولى = $\frac{٩٠}{١٦}$ × ٧ = ٣٠″ ٢٢′ ٣٩ْ

∴ قياس الزاوية الثانية = $\frac{٩٠}{١٦}$ × ٩ = ٣٠″ ٣٧′ ٥٠ْ

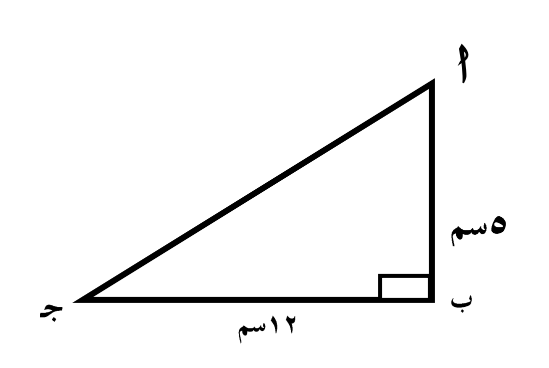
تدريب (١): زاويتان متكاملتان النسبة بينهما ٣ : ٥ أوجد القياس الستينى لكل منهما .

مثال محلول (٢):

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب حيث أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٢ سم أوجد :

١) حا أ ، حتا أ ، طا أ ، حا جـ ، حتا جـ ، طا جـ

٢) أوجد قيمة : حا أ حتا جـ + حتا أ حا جـ



الحـــــــل

(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

= (٥)^{٢} + (١٢)^{٢} = ٢٥+١٤٤ = ١٦٩

∴ أ جـ = $\sqrt{١٦٩}$ = ١٣ سم

حا أ = $\frac{المقابل}{الوتر}$ = $\frac{١٢}{١٣}$ ، حتا أ = $\frac{المجاور}{الوتر}$ = $\frac{٥}{١٣}$ ، طا أ = $\frac{المقابل}{المجاور}$ = $\frac{١٢}{٥}$

حا جـ = $\frac{المقابل}{الوتر}$ = $\frac{٥}{١٣}$ ، حتا جـ = $\frac{المجاور}{الوتر}$ = $\frac{١٢}{١٣}$ ، طا جـ = $\frac{المقابل}{المجاور}$ = $\frac{٥}{١٢}$

حا أ حتا جـ + حتا أ حا جـ = $\frac{١٢}{١٣}$ × $\frac{١٢}{١٣}$ + $\frac{٥}{١٣}$ × $\frac{٥}{١٣}$ = $\frac{١٤٤}{١٦٩}$ + $\frac{٢٥}{١٦٩}$ = ١

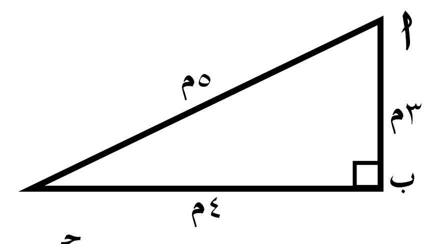


تدريب (٢): س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ع ، س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم

(١) أوجد قيمة : ٢ طاس طاص (٢) أثبت أن : حتا س حتا ص – حا س حا ص = صفر

مثال محلول (٣): أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب فإذا كان ٥ أ ب = ٣ أ جـ

فأوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية جـ



الحـــــــل

٥ أ ب = ٣ أ جـ

∴ $\frac{أب}{أجـ} = \frac{٣}{٥}$ بفرض أ ب = ٣ م ، أ جـ = ٥ م

∴ $(ب جـ)^٢ = (٥ م)^٢ - (٣ م)^٢ = ١٦ م^٢$ ∴ ب جـ = ٤ م

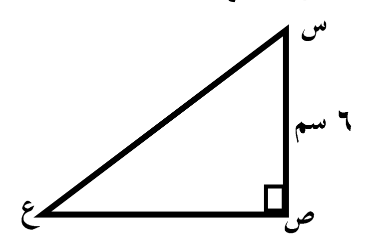
∴ حاجـ = $\frac{٣}{٥}$ ، حتاجـ = $\frac{٤}{٥}$ ، طا جـ = $\frac{٣}{٤}$

تدريب (٣): أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب فإذا كان أ ب : أ جـ = $\sqrt{٣}$: ٢ فأوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية جـ

مثال محلول (٤): س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، س ص = ٦ سم ، طا ع = $\frac{٣}{٤}$ أوجد :

١) طول $\overline{ص ع}$ ، $\overline{س ع}$

٢) جاس + حتا س



الحـــــــــل

١) ∵ طا ع = $\frac{س ص}{ص ع} = \frac{٣}{٤}$ ∴ $\frac{٦}{ص ع} = \frac{٣}{٤}$ ∴ ص ع = ٦ × ٤ ÷ ٣ = ٨سم

∴ $(س ع)^٢ = (٦)^٢ + (٨)^٢ = ١٠٠$ ∴ س ع = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم

٢) حاس = $\frac{٨}{١٠}$ ، حتا س = $\frac{٦}{١٠}$

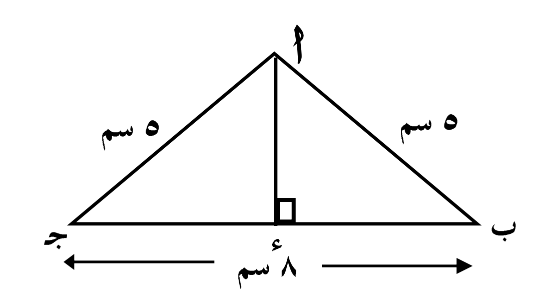
∴ حاس + حتا س = ٠,٨ + ٠,٦ = ١,٤



تدريب (٤): أب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ٧ طا أ – ٢٤ = صفر أوجد قيمة : ١ – طا أ حا جـ

مثال محلول (٥) : أ ب جـ مثلث فيه أب = أ جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٨ سم ،

رسم $\overline{أء} \perp \overline{ب جـ}$ يقطعها فى ء أوجد قيمة:



١) حا ب + حتا جـ

٢) طا ∠ جـ أ ء

الحـــــــل

∵ أب = أ جـ ، $\overline{أء} \perp \overline{ب جـ}$

∴ ء منتصف $\overline{ب جـ}$ ∴ ب ء = ء جـ = ٤سم

∴ $(أء)^٢ = (أب)^٢ - (ب ء)^٢ = ٢٥ - ١٦ = ٩$

∴ أء = $\sqrt{٩}$ = ٣ سم

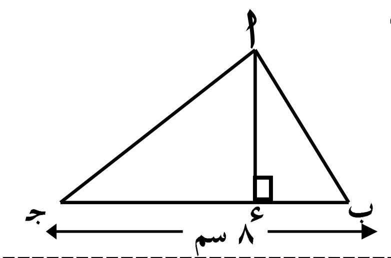
حا ب = $\frac{أء}{أب} = \frac{٣}{٥}$ ، حتا جـ = $\frac{ء جـ}{أ جـ} = \frac{٤}{٥}$ ∴ حا ب + حتا جـ = $\frac{٣}{٥} + \frac{٤}{٥} = \frac{٧}{٥}$

طا ∠ جـ أ ء = $\frac{ء جـ}{أ ء} = \frac{٤}{٣}$

تدريب (٥): فى الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث حاد الزوايا ، ب جـ = ٨ سم ،

$\overline{أء} \perp \overline{ب جـ}$

أوجد قيمة : أب حتا ب + أجـ حتا جـ



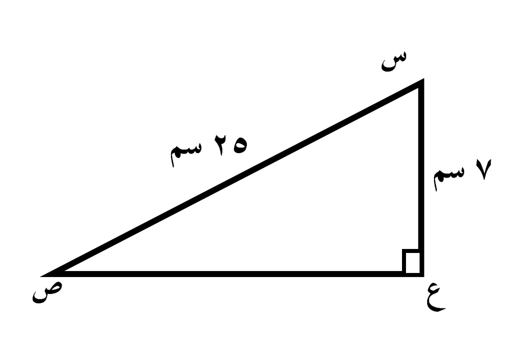
حل تدريب (١): نفرض أن الزاويتين هما ٣ س ، ٥ س

∴ ٣ س + ٥ س = ١٨٠° ∴ ٨س = ١٨٠ ∴ س = $\frac{١٨٠}{٨}$ = ٢٢,٥

∴ قياس الزاوية الأولى = ٢٢,٥° × ٣ = ٣٠َ ٦٧°

قياس الزاوية الثانية = ٢٢,٥° × ٥ = ٣٠َ ١١٢°

حل تدريب (٢): ع ص = $\sqrt{(٢٥)^٢ - (٧)^٢}$ = ٢٤ سم



١) ٢ طاس طاص = ٢ × $\frac{٢٤}{٧}$ × $\frac{٧}{٢٤}$ = ٢

٢) **حتا س حتا ص – حاس حاص**

= $\frac{٧}{٢٥}$ × $\frac{٢٤}{٢٥}$ − $\frac{٢٤}{٢٥}$ × $\frac{٧}{٢٥}$ = $\frac{١٦٨}{٦٢٥}$ − $\frac{١٦٨}{٦٢٥}$ = صفر

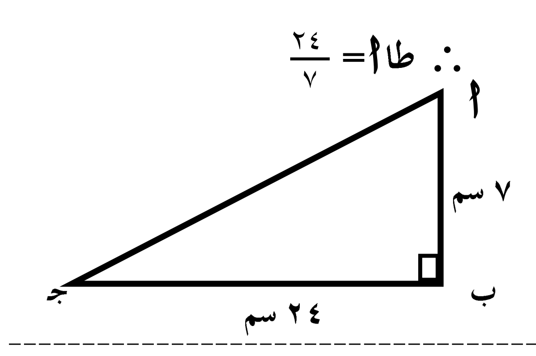
حل تدريب (٣): أب : أجـ = $\sqrt{٣}$: ٢ بفرض أن أب = $\sqrt{٣}$ م وحدة طول ، أجـ = ٢م وحدة طول

∴ ب جـ = $\sqrt{٤ م^٢ - ٣ م^٢}$ = ١م وحدة طول

∴ حاجـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، حتاجـ = $\frac{١}{٢}$ ، طا جـ = $\sqrt{٣}$

أ
٢م
$\sqrt{٣}$م
جـ
ب
١م

حل تدريب (٤): ∵ ٧ طاأ − ٢٤ = صفر ∴ ٧ طاأ = ٢٤ ∴ طاأ = $\frac{٢٤}{٧}$



∴ أب = ٧ سم ، ب جـ = ٢٤ سم

أ جـ = $\sqrt{(٢٤)^٢ + (٧)^٢}$ = ٢٥ سم

١ − طاأحاجـ = ١ − $\frac{٢٤}{٧}$ × $\frac{٧}{٢٥}$ = ١ − $\frac{٢٤}{٢٥}$ = $\frac{١}{٢٥}$

حل تدريب (٥): أب حتا ب + أجـ حتا جـ

= أب × $\frac{ب ء}{أ ب}$ + أجـ × $\frac{ء جـ}{أ جـ}$

= ب ء + ء جـ = ب جـ = ٨ سم



تمارين على الدرس الأول:

السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) إذا كان س ، ص قياسى زاويتين متتامتين وكان حاس = $\frac{٣}{٥}$ فإن حتاص = ...

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{٣}{٥}$ ج) $\frac{٣}{٤}$ د) $\frac{٥}{٣}$

٢) لأى زاوية حادة قياسها ب يكون حا ب – حتا ب طا ب = ...

أ) صفر ب) ١ ج) -١ د) ٢

٣) إذا كان حا ٧٠° = حتا س حيث س قياس زاوية حادة فإن س = ...

أ) ٧٠ ب) ٦٠ ج) ١٠ د) ٢٠

٤) أ ب ج مثلث قائم الزاوية فى ب يكون : حا أ + حتا ج = ...

أ) ٢حا أ ب) ٢ حا جـ ج) ٢حا ب د) ٢ حتا أ

٥) لأى زاويتين حادتين أ، ب إذا كان حا أ= حتا ب فإن ق(∠ أ) + ق(∠ ب) = ...

أ) ٣٠° ب) ٦٠° ج) ٩٠° د) ١٨٠°

٦) لأى زاوية حادة أ ، يكون $\frac{حا أ}{حتا أ}$ = ...

أ) $\frac{١}{حا أ}$ ب) حتا أ ج) ١ د) طا أ

٧) أ ب ج مثلث قائم الزاوية فى أ يكون جيب تمام الزاوية ب : جيب الزاوية ج يساوى ....

أ) ٣ : ٥ ب) ١ : ١ ج) ١ : ٢ د) ٢ : ١

السؤال الثانى : إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث كنسبة ٣ : ٤ : ٧
فأوجد القياس الستينى لكل زاوية من زواياه



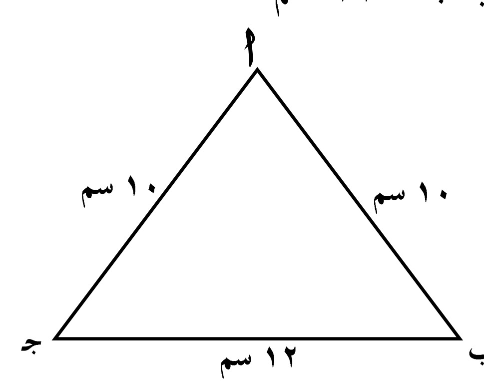
السؤال الثالث : س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، س ص = ٥ سم ، س ع = ١٣ سم .

١) أوجد طول $\overline{ص ع}$

٢) أوجد قيمة : ٢حتا^{٢} ع + حتا^{٢}س – حا^{٢}س – ١

السؤال الرابع : فى الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث متساوى الساقين حيث : أ ب = أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ١٢ سم



١) أوجد قيمة : حا^{٢}ب + حتا^{٢}جـ

٢) أثبت أن : حا^{٢}جـ + حتا^{٢}جـ = $\frac{١}{حتا^{٢} ب}$ – طا^{٢} ب

٣) مساحة المثلث أ ب جـ

السؤال الخامس : أ ب جـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه : $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، أ ء = ٤ سم ،
أ ب = ٥سم ، ب جـ = ١٢ سم . أثبت أن : $\frac{٥ طا ب حتا جـ}{حا^{٢} جـ + حتا^{٢} ب}$ = ٣

حلول تمارين على الدرس الأول:

إجابة السؤال الاول :

١) ب $\frac{٣}{٥}$ ٢) أ صفر ٣) د ٢٠ ٤) أ ٢حا أ

٥) جـ ٩٠ ٦) د طا أ ٧) ب ١

إجابة السؤال الثانى :

نفرض أن الزوايا هى ٣ س ، ٤ س ، ٧ س

∴ ٣ س + ٤ س + ٧س = ١٨٠° ∴ ١٤س = ١٨٠°

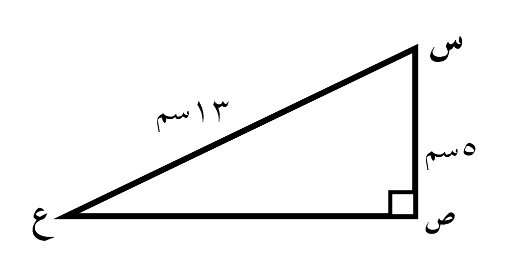
∴ س = $\frac{١٨٠}{١٤}$ = $\frac{٩٠}{٧}$

قياس الزاوية الأولى = $\frac{٩٠}{٧}$ × ٣ = ١٧ $''$ ٣٤ $'$ ٣٨ $^\circ$

قياس الزاوية الثانية = $\frac{٩٠}{٧}$ × ٤ = ٤٣ $''$ ٢٥ $'$ ٥١ $^\circ$

قياس الزاوية الثالثة = $\frac{٩٠}{٧}$ × ٧ = ٩٠ $^\circ$

إجابة السؤال الثالث:



١)ص ع = $\sqrt{(١٣)^٢ - (٥)^٢}$ = ١٢ سم

٢) ٢حتا^{٢}ع + حتا^{٢}س − حا^{٢}س − ١

= ٢ × $(\frac{١٢}{١٣})^٢$ + $(\frac{٥}{١٣})^٢$ - $(\frac{١٢}{١٣})^٢$ − ١ = صفر

إجابة السؤال الرابع :

العمل : نرسم $\overline{أء} \perp \overline{ب ج}$

∵ أب = أ ج ، $\overline{أء} \perp \overline{ب ج}$

∴ ء منتصف $\overline{ب ج}$ ∴ ب ء = ء ج = ٦سم

∴ (أء)^٢ = (أب)^٢ − (ب ء)^٢ = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤ ∴ أء = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم

١) حاب = $\frac{أء}{أب}$ = $\frac{٨}{١٠}$ = $\frac{٤}{٥}$ ، حتا ج = $\frac{ء ج}{أ ج}$ = $\frac{٦}{١٠}$ = $\frac{٣}{٥}$

∴ حا^{٢}ب + حتا^٢ ج = $(\frac{٤}{٥})^٢$ + $(\frac{٣}{٥})^٢$ = ١

٢) الطرف الأيمن = حا^{٢}حـ + حتا^{٢}ج = $(\frac{٤}{٥})^٢$ + $(\frac{٣}{٥})^٢$ = ١

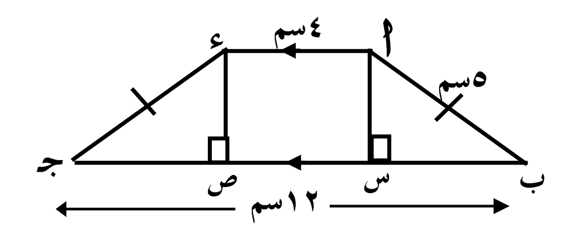
الطرف الأيسر = $\frac{١}{حتا^٢ ب}$ − ظا^٢ ب = $\frac{٢٥}{٩}$ − $(\frac{٤}{٣})^٢$ = $\frac{٢٥}{٩}$ − $\frac{١٦}{٩}$ = ١

∴ الطرفان متساويان

٣) مساحة المثلث أب ج = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ ب ج ×أء

= ٦× ٨ = ٤٨ سم^٢





إجابة السؤال الخامس :

العمل : نرسم $\overline{\text{أس}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ء ص}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

∵ الشكل أس ص ء مستطيل

∴ أء = س ص = ٤سم

∵ ب جـ = ١٢ سم ، المثلثان أب س ، ء جـ ص متطابقان

∴ ب س = ص جـ = ٤سم ،

أس = ء ص = $\sqrt{(٥)^٢ - (٤)^٢}$ = ٣ سم

∴ $\frac{\text{٥طا ب حتا جـ}}{\text{حا}^٢\text{ جـ + حتا}^٢\text{ ب}}$ = $\frac{٥ \times \frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٥}}{(\frac{٣}{٥})^٢ + (\frac{٤}{٥})^٢}$ = $\frac{٣}{١}$ = ٣ = الطرف الأيسر



الوحدة الرابعة : حساب المثلثات

الدرس الثانى : النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا :

ملخص الدرس:

١ – النسب المثلثية الأساسية للزاويتين اللتين قياسهما ٣٠° ، ٦٠° :

المثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ، ق(∠ أ) = ٦٠° ، ق(∠ جـ) = ٣٠°

ولذلك يسمى مثلث ثلاثينى ستينى وتكون النسبة بين أطوال أضلاعه :

أ ب : أ جـ : ب جـ = ١ : ٢ : $\sqrt{٣}$

ومن المثلث أ ب جـ يمكن استنتاج النسب المثلثية الأساسية للزاويتين ٣٠° ، ٦٠° كالتالى :

حا ٣٠° = $\frac{أ ب}{أ جـ}$ = $\frac{١}{٢}$ ، حتا ٣٠° = $\frac{ب جـ}{أ جـ}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، طا ٣٠° = $\frac{أ ب}{ب جـ}$ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

حا ٦٠° = $\frac{ب جـ}{أ جـ}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، حتا ٦٠° = $\frac{أ ب}{أ جـ}$ = $\frac{١}{٢}$ ، طا ٦٠° = $\frac{ب جـ}{أ ب}$ = $\sqrt{٣}$

٢– النسب المثلثية الأساسية للزاوية التى قياسها ٤٥° :

المثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ، ق(∠ أ) = ق(∠ جـ) = ٤٥°

∴ أ ب = ب جـ (المثلث متساوى الساقين) وتكون النسبة بين أطوال أضلاعه :

أ ب : ب جـ : أ جـ = ١ : ١ : $\sqrt{٢}$

ومن المثلث أ ب جـ يمكن استنتاج النسب المثلثية الأساسية للزاوية ٤٥° كالتالى :

حا ٤٥° = $\frac{أ ب}{أ جـ}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ ، حتا ٤٥° = $\frac{ب جـ}{أ جـ}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

طا ٤٥° = $\frac{أ ب}{ب جـ}$ = ١



تلخيص الدوال المثلثية للزوايا ٣٠° ، ٦٠° ، ٤٥° :

	٣٠°	٦٠°	٤٥°
جا	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$
جتا	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$
ظا	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$	$\sqrt{٣}$	١

٣- استخدام الحاسبة لايجاد النسب المثلثية :

يمكن استخدام الحاسبة لايجاد: النسب المثلثية الأساسية لاى زاوية معلوم قياسها باستخدام المفاتيح :

(sin)ويعنى حا ، (cos) ويعنى حتا ، (tan) ويعنى طا

مثال لايجاد جا ٥٠° نستخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع من اليسار كالاتى :

sin ← ٥٠° ← = ← ٠,٧٦٦٠٤٤

٤- استخدام الحاسبة لايجاد قياس الزاوية بمعلومية إحدى النسب المثلثية لها :

إذا كان جا هـ = ٠,٤٥ فإن ق(∠ هـ) = ٣٧″ ٤٤′ ٢٦°

وذلك باستخدام مفاتيح الحاسبة بالتتابع من اليسار كالاتى :

shift ← sin ← ٠,٤ ← = ← ووو ← ٣٧″ ٤٤′ ٢٦°



مثال محلول (١): بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة :

١) حا٦٠° حتا٣٠° + حتا٦٠° حا٣٠°

٢) ٢ حا٣٠° + ٤ حتا ٦٠° – طا^{٢} ٤٥°

الحـــــــــــــل

١) $\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤} = ١$

٢) $٢ \times \frac{١}{٢} + ٤ \times \frac{١}{٢} - (١)^{٢} = ١ + ٢ - ١ = ٢$

تدريب (١): بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة :

حا ٣٠° + جتا ٦٠° – جا^{٢} ٤٥°

مثال محلول (٢): بدون استخدام الحاسبة أثبت أن :

حتا^{٢} ٦٠° = حتا^{٢} ٣٠° طا^{٢} ٣٠° طا ٤٥°

الحـــــل

الطرف الأيمن = حتا^{٢} ٦٠° = $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} = \frac{١}{٤}$

الطرف الأيسر = $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} \times ١ = \frac{٣}{٤} \times \frac{١}{٣} \times ١ = \frac{١}{٤}$

الطرفان متساويان

تدريب (٢): بدون استخدام الحاسبة أثبت أن :

جا^{٣} ٣٠° = ٩ جتا^{٣} ٦٠° – ظا^{٢} ٤٥°

مثال محلول (٣): أوجد قيمة س إذا كانت :

١) س جا ٣٠° جتا^{٢} ٤٥° = جا^{٢} ٦٠°

٢) ٤س = جتا^{٢} ٣٠° طا^{٢} ٣٠° طا^{٢} ٤٥°

الحــــــل

١) س × $\frac{١}{٢}$ × $\left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢}$ = $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢}$

س × $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$ ∴ س = ٣

٢) ٤س = $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢}$ × $\left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}$ × ١

٤ س = $\frac{٣}{٤}$ × $\frac{١}{٣}$ × ١ ∴ ٤س = $\frac{١}{٤}$ ∴ س = $\frac{١}{١٦}$

تدريب (٣): أوجد قيمة س إذا كانت : س جا ٤٥° جتا ٤٥° طا ٦٠° = ظا^{٢} ٤٥° – جتا^{٢} ٦٠°

مثال محلول (٤): أوجد قيمة س فى كل مما يأتى (حيث س قياس زاوية حادة)إذا كان :

١) جا س = جا ٦٠° جتا ٣٠° – جتا ٦٠° جا ٣٠°

٢) ٢ ظا س = ظا^{٢} ٦٠° – ٢ جا ٣٠°

الحــــــل

١) جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ – $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{٤}$ - $\frac{١}{٤}$

∴ جا س = $\frac{١}{٢}$ ∴ س = ٣٠° (باستخدام الحاسبة)

shift sin $\frac{١}{٢}$



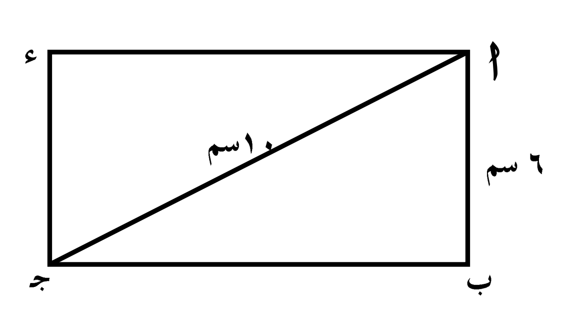
٢) ٢ طا س = ($\sqrt{٣}$)^{٢} – ٢ × $\frac{١}{٢}$

٢ ظا س = ٣ – ١ ∴ ٢طا س = ٢

∴ظا س = ١ ∴ س = ٤٥ ْ

تدريب (٤): إذا كانت ٢ جتا س = طا ٦٠ ْ طا ٤٥ ْ حيث س قياس زاوية حادة أوجد : طا ٢ س

مثال محلول (٥): فى الشكل المقابل:



أ ب جـ د مستطيل فيه أ ب = ٦سم ،

أ جـ = ١٠سم أوجد :

١) ق(∠ أ جـ ب)

٢) مساحة المستطيل أ ب جـ د

الحـــــل

جا (∠ أ جـ ب) = $\frac{٦}{١٠}$ = $\frac{٣}{٥}$ ∴ ق(∠ أ جـ ب) = ١٢ $''$ ٥٢ $'$ ٣٦ ْ

ب جـ = $\sqrt{(١٠)^{٢} - (٦)^{٢}}$ = ٨سم

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٨ × ٦ = ٤٨ سم^{٢}

تدريب (٥): أ ب جـ مثلث فيه : أ ب = أ جـ = ١٢,٦ سم ، ق (∠ جـ) = ٢٤ $'$ ٨٤ ْ

أوجد لأقرب رقم عشرى واحد طول $\overline{\text{ب جـ}}$



حل التدريبات :

حل تدريب (١): $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} - \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} = ١ - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

حل تدريب (٢): الطرف الأيمن = $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣} = \frac{١}{٨}$

الطرف الأيسر = $٩ \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣} - ١ = \frac{٩}{٨} - ١ = \frac{١}{٨}$

∴ الطرفان متساويان

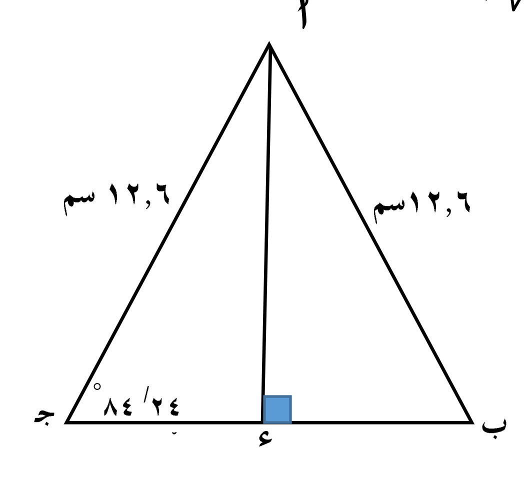
حل تدريب (٣): س $\times \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \sqrt{٣} = (١)^{٢} - \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$

∴ س $\times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{٣}{٤}$ ∴ س $= \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

حل تدريب (٤): ٢ جتا س = $\sqrt{٣} \times ١$ جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ∴ س = ٣٠°

∴ ظا ٢س = ظا ٦٠° = $\sqrt{٣}$

حل تدريب (٥):



العمل : نرسم $\overline{أء} \perp \overline{ب جـ}$

∵ أب = أ جـ ، $\overline{أء} \perp \overline{ب جـ}$

∴ ء منتصف $\overline{ب جـ}$

فى المثلث أ ء جـ : جتا جـ = $\frac{ء جـ}{أ جـ}$

∴ جتا ٢٤/ ٨٤° = $\frac{ء جـ}{١٢,٦}$ ∴ ء جـ = ١٢,٦ × جتا ٢٤/ ٨٤°

∴ ب جـ = ٢ ء جـ = ٢ × ١٢,٦ × جتا ٢٤/ ٨٤° ≃ ٢,٥ سم



تمارين على الدرس الثانى:

السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) **٤جتا ٣٠° طا ٦٠° = ...**

ﺃ ١٢ ب ٦ ج ٣ د ٢

٢) **٢جا ٣٠° جتا ٣٠° = ...**

ﺃ جا ٦٠° ب جتا ٦٠° ج ظا ٦٠° د ٢جا٦٠°

٣) **إذا كان ظا٣س = $\sqrt{3}$ حيث ٣ س زاوية حادة فإن ق (∠ س) = ...°**

ﺃ ٤٠ ب ٣٠ ج ٦٠ د ٢٠

٤) **فى المثلث القائم الزاوية المتساوى الساقين يكون ظل زاويته الحادة = ...**

ﺃ ١ ب $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ج $\frac{1}{2}$ د $\sqrt{3}$

٥) **(جتا ٣٠° – جتا ٦٠°) (جا ٣٠° + جا ٦٠°) = ...**

ﺃ $\frac{1}{4}$ ب $\frac{1}{2}$ ج ١ د صفر

٦) **إذا كان جاس = $\frac{1}{2}$ حيث س زاوية حادة فإن جا٢س = ...**

ﺃ $\frac{1}{2}$ ب ١ ج $\frac{\sqrt{3}}{2}$ د $\frac{1}{4}$

٧) **إذا كانت جا (س – ١٠°) = $\frac{1}{2}$ حيث (س – ١٠°) زاوية حادة فإن : س = ...**

ﺃ ٣٠° ب ٤٠° ج ٢٠° د ٥٠°

السؤال الثانى : بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة :

٢ جا ٣٠° جتا ٦٠° + $\sqrt{2}$ جا ٤٥°



السؤال الثالث : أوجد قيمة س فى كل مما يأتى :

١) ٢ س = جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا^{٢} ٣٠° ظا ٤٥°

٢) ظا (س + ١٠°) = جا ٦٠° جتا ٣٠° + حتا^{٢} ٦٠° حيث (س + ١٠°) قياس زاوية حادة

٣) ٢ ظا س = ظا^{٢} ٦٠° – ٢ جا ٣٠° حيث س زاوية حادة

السؤال الرابع : بدون استخدام الحاسبة أثبت أن :

جتا ٣٠° = $\frac{\text{جا ٣٠° جا ٦٠°}}{\text{جا ٤٥° جتا ٤٥°}}$

حلول تمارين على الدرس الثانى:

إجابة السؤال الاول :

١) ب) ٦ ٢) م) جا ٦٠° ٣) د) ٢٠ ٤) م) ١

٥) ب) $\frac{١}{٢}$ ٦) ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ٧) ب) ٤٠

إجابة السؤال الثانى :

$$٢ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \sqrt{٢} \times \frac{\sqrt{٢}}{٢} = \frac{٣}{٢}$$

إجابة السؤال الثالث :

١) س = $\frac{١}{٢}$

٢) ظا (س + ١٠°) = ١ س + ١٠° = ٤٥° ∴ س = ٣٥°

٣) ٢ ظا س = ٢ ظا س = ١ ∴ س = ٤٥°

إجابة السؤال الرابع :

الطرف الأيمن = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، الطرف الأيسر = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ الطرفان متساويان

تمارين عامة على الوحدة الرابعة :

السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) ٤جتا ٦٠° جا ٣٠° = ...

أ) ١٢ ب) ١ ج) ٦ د) $\frac{١}{٢}$

٢) مثلث س ص ع فيه : جا س = جتا ع فإن ق(∠ ص) = ...

أ) ٩٠° ب) ٦٠° ج) ٣٠° د) ٤٥°

٣) إذا كان ظاس = ١ حيث س زاوية حادة فإن ق (∠ س) = ... °

أ) ٦٠° ب) ٣٠° ج) ٤٥° د) ٩٠°

٤) مثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى ب يكون : جا أ – جتا جـ = ...

أ) ١ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) صفر

٥) إذا كان جاس = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن جتا٢س = ...

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ١ ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د) $\frac{١}{٤}$

٦) إذا كانت جتا (٣س) = $\frac{١}{٢}$ حيث (٣س) زاوية حادة فإن : س = ...

أ) ٣٠° ب) ٤٠° ج) ٢٠° د) ٥٠°

٧) إذا كان جا ٤٠ = جتا س حيث س قياس زاوية حادة فإن س = ...

أ) ٤٠° ب) ٣٠° ج) ٥٠° د) ٩٠°

٨) المثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى أ ، ظا ب = ١ فإن : ظا جـ - جا^{٢}جـ = ...

أ) ١ ب) ٢ ج) $\frac{١}{٢}$ د) صفر

٩) ٢ جتا^{٢} ٣٠° – ١ = ...

أ) جا ٦٠° ب) جتا ٦٠° ج) ظا ٦٠° د) ٢جا٣٠°

١٠) إذا كانت جا (س + ٥°) = $\frac{١}{٢}$ حيث (س+٥)° زاوية حادة فإن ظا (س + ٢٠°) = ...



أ) ١ : ٢ ب) $\sqrt{2}$:٢ جـ) $\sqrt{3}$: ٢ د) ١

السؤال الثانى : زاويتان متتامتان النسبة بينهما ٧: ٩ أوجد القياس الستينى لكل منهما

السؤال الثالث: أوجد قيمة هـ التى تحقق أن :

طا هـ = ٤ حا ٣٠° حتا ٦٠° حيث هـ زاوية حادة

السؤال الرابع : بدون إستخدام الحاسبة أوجد قيمة :

جا ٣٠° حتا² ٤٥° + حا ٣٠° حتا ٦٠° – حتا² ٣٠°

السؤال الخامس :

س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ع ، س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم

(١) أوجد قيمة : ٢ طا س طا ص

(٢) أثبت أن : حتا س حتا ص – حا س حا ص = صفر

السؤال السادس :

بدون إستخدام الحاسبة أثبت أن :

ظا² ٦٠° – ظا² ٤٥° = جا² ٦٠° + جتا² ٦٠° + ٢ جا ٣٠°

السؤال السابع : أب جـ ء شبه منحرف فيه: $\overline{أء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، ق (∠ب) = ٩٠° ، فإذا كان:

أب = ٣ سم ، أ ء = ٦ سم ، ب جـ = ١٠ سم أثبت أن :

جتا (∠ ء جـ ب) – ظا (∠ أجـ ب) = $\frac{1}{2}$



اختبار على الوحدة الرابعة

السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) إذا كانت س = جتا ٦٠° ظا ٤٥° فإن : س^{٢} = ...

أ) ٢ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) ١ د) $\frac{١}{٢}$

٢) فى المثلث أ ب جـ إذا كان : ق(∠ أ) = ٨٥° ، حا ب = حتا ب فإن :ق(∠ جـ) = ...

أ) ٥٠° ب) ٣٠° ج) ٦٠° د) ٤٥°

٣) إذا كان ظا٣س = ١ حيث ٣ س زاوية حادة فإن ق (∠ س) = ...°

أ) ٣٠° ب) ١٥° ج) ٤٥° د) ٢٠°

٤) مثلث أ ب جـ فيه : جا أ = جتا جـ فإن المثلث يكون ....

أ) حادالزوايا ب) قائم الزاوية ج) متساوى الساقين د) منفرج الزاوية

٥) جا^{٢} ٣٠° + جتا^{٢} ٣٠° = ...

أ) $\frac{١}{٤}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) ١ د) صفر

٦) إذا كان جا ($\frac{س}{٢}$) = $\frac{١}{٢}$ حيث ($\frac{س}{٢}$) زاوية حادة فإن س = ...

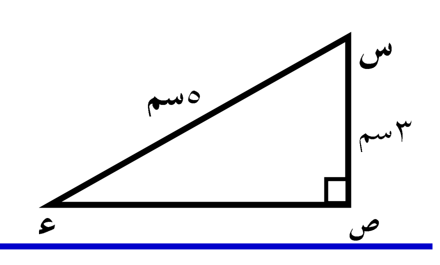
أ) ٦٠° ب) ٣٠° ج) ١٥° د) ١٢٠°

السؤال الثانى : فى الشكل المقابل:

س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، س ص = ٣سم ،
س ع = ٥ سم أوجد قيمة كلا من :

١) ظا س × ظا ع ٢) جا^{٢} س + جا^{٢} ع

٣) أوجد ق(∠ ع)





السؤال الثالث :

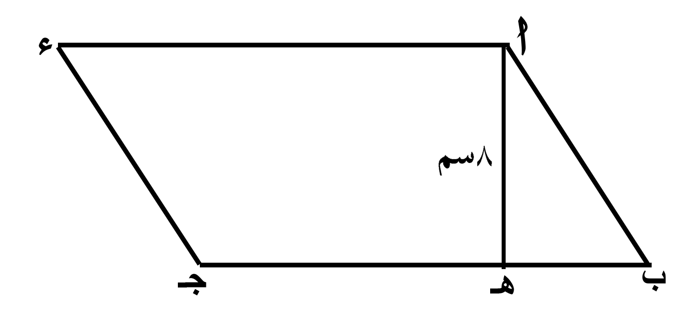
بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة :

جا^{٢} ٦٠ ْ – ظا ٦٠ ْ جتا ٣٠ ْ + جتا ٦٠ ْ جا ٣٠ ْ

السؤال الرابع :

إذا كانت جتا س ظا ٣٠ ْ = جتا^{٢} ٤٥ ْ أوجد قيمة س حيث س قياس زاوية حادة .

السؤال الخامس : فى الشكل المقابل :



أب جـ ء متوازى أضلاع مساحته ٩٦ سم^{٢}

، ب هـ : هـ جـ = ١ : ٣ ، أهـ ⊥ ب جـ ، أهـ = ٨ سم

أوجد :

١) طول أء **٢) ق (∠ ب)**

٣) طول أب لأقرب رقم عشرى واحد

حلول تمارين عامة على الوحدة الرابعة :

إجابة السؤال الاول :

١) ١   ٢) ٩٠°   ٣) ٤٥°   ٤) صفر

٥) $\frac{١}{٢}$ ٦) ٢٠   ٧) ٥٠°   ٨) $\frac{١}{٢}$

٩) جتا ٦٠°   ١٠) ١

إجابة السؤال الثانى : نفرض أن الزاويتين هما ٧ س ، ٩ س

∴ ٧ س + ٩ س = ٩٠°   ∴ ١٦س = ٩٠°   ∴ س = $\frac{٩٠}{١٦}$ = $\frac{٤٥}{٨}$

قياس الزاوية الأولى = $\frac{٤٥}{٨}$ × ٧ = ٣٠″ ٢٢′ ٣٩°

قياس الزاوية الثانية = $\frac{٤٥}{٨}$ × ٩ = ٣٠″ ٣٧′ ٥٠°

إجابة السؤال الثالث :

ظا هـ = ١   ∴ هـ = ٤٥°

إجابة السؤال الرابع : قيمة المقدار = $\frac{١}{٤}$

إجابة السؤال الخامس :

١) ٢ ظا س ظا ص = ٢   ٢) إثبات

إجابة السؤال السادس :

الطرف الأيمن = الطرف الأيسر = ٢

حلول اختبار على الوحدة الرابعة :

إجابة السؤال الاول :

١) $\frac{١}{٤}$ ٢) ٥٠° ٣) ١٥°

٤) قائم الزاوية ٥) ١ ٦) ٦٠°

إجابة السؤال الثانى :

١) ١ ٢) ١ ٣) ق(∠ ع) = ١٢″ ٥٢′ ٣٦°

إجابة السؤال الثالث:

قيمة المقدار = $\frac{١}{٢}$

إجابة السؤال الرابع:

جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ∴ س = ٣٠°

إجابة السؤال الخامس :

مساحة متوازى الأضلاع = طول الضلع × الارتفاع المناظر = أء × أ هـ

٩٦ = أء × ٨ ∴ أء = ١٢ سم

ب جـ = أء = ١٢ سم ، ب هـ : هـ جـ = ١ : ٣

∴ ب هـ = ٣سم ، هـ جـ = ٩ سم

فى المثلث أ ب هـ : ظا ب = $\frac{٨}{٣}$ ∴ ق (∠ ب) = ٣٨″ ٢٦′ ٦٩°

أ ب = $\sqrt{(٣)^٢ + (٨)^٢}$ ≃ ٨,٥ سم



رياضيات
الصف الثالث الاعدادى
الوحدة الخامسة
الهندسة التحليلية



الوحدة الخامسة : الهندسة التحليلية

الدرس الأول : البعد بين نقطتين

ملخص الدرس:

١) إذا كانت أ = ($س_١$ ، $ص_١$) ، ب = ($س_٢$ ، $ص_٢$) فإن البعد بين النقطتين أ، ب يتعين من العلاقة :

أ ب = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$ = $\sqrt{\text{مربع فرق السينات + مربع فرق الصادات}}$

٢) لاثبات أن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة يمكن ايجاد البعد بين كل نقطتين من هذه النقاط ثم اثبات أن أكبر بعد يساوى مجموع البعدين الآخرين .

٣) لتعيين نوع المثلث أ ب جـ بالنسبة لزواياه بفرض أن $\overline{\text{أجـ}}$ أطول أضلاعه نقارن بين

(أجـ)^٢ ، (أ ب)^٢ ، (ب جـ)^٢ كما يلى :

١) إذا كان (أجـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ فإن المثلث قائم الزاوية فى ب

٢) إذا كان (أجـ)^٢ > (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ فإن المثلث منفرج الزاوية فى ب

٣) إذا كان (أجـ)^٢ < (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ فإن المثلث حاد الزوايا

٤) لاثبات أن ثلاث نقاط أ ، ب ، جـ تقع على دائرة واحدة مركزها م نثبت أن :

م أ = م ب = م جـ = نق

٥) إذا كان أ ب جـ ء شكلا رباعيا :

١) لاثبات أن أ ب جـ ء متوازى أضلاع نثبت أن : أ ب = جـ ء ، ب جـ = أء

٢) لاثبات أن أ ب جـ ء معين نثبت أن : أ ب = جـ ء= ب جـ = أء

٣) لاثبات أن أ ب جـ ء مستطيل نثبت أن : أ ب = جـ ء ، ب جـ = أء ، أ جـ = ب ء

٤) لاثبات أن أ ب جـ ء مربع نثبت أن : أ ب = جـ ء= ب جـ = أء ، أ جـ = ب ء

مثال محلول (١): إذا كانت أ = (١ ، ٢) ، ب = (٤ ، ٦) أوجد البعد بين أ، ب

الحـــل

أب = $\sqrt{(٤ - ١)^٢ + (٦ - ٢)^٢} = \sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢} = \sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول

تدريب (١): إذا كانت أ = (-٢ ، ٥) ، ب = (٣ ، ٤) أوجد البعد بين أ، ب

مثال محلول (٢): إذا كان البعد بين النقطتين (أ ، ٧) ، (-٢ ، ٣) يساوى ٥ أوجد قيمة أ .

الحـــل

البعد = $\sqrt{(أ + ٢)^٢ + (٧ - ٣)^٢} = ٥$ بتربيع الطرفين

$(أ + ٢)^٢ + ١٦ = ٢٥$

$(أ + ٢)^٢ = ٢٥ - ١٦$ ، $(أ + ٢)^٢ = ٩$ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

$(أ + ٢) = \pm ٣$

$أ + ٢ = ٣$ أو $أ + ٢ = -٣$

$أ = ١$ أو $أ = -٥$

تدريب (٢): إذا كان البعد بين النقطتين (س ، ٥) ، (٦ ، ١) يساوى $٢\sqrt{٥}$ أوجد قيمة س.

مثال محلول (٣): بين نوع المثلث أ ب جـ الذى فيه أ = (٣ ، ٥) ، ب = (٥ ، ١) ، جـ = (١ ، ١) بالنسبة لأضلاعه .

الحـــل

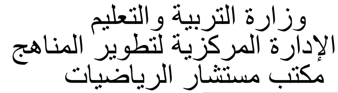
أب = $\sqrt{(٣ - ٥)^٢ + (٥ - ١)^٢} = ٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

ب جـ = $\sqrt{(٥ - ١)^٢ + (١ - ١)^٢} = ٤$ وحدة طول

أ جـ = $\sqrt{(٣ - ١)^٢ + (٥ - ١)^٢} = ٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

∵ أب = أ جـ ≠ ب جـ ∴ المثلث أب جـ متساوى الساقين





تدريب (٣): أثبت أن المثلث أب جـ متساوى الأضلاع حيث:

أ (٦ ، ٠) ، ب(٢ ، ٠) ، جـ (٤ ، ٢ $\sqrt{٣}$)

مثال محلول (٤) : **أثبت أن النقط أ (٤ ، ٣) ، ب(١ ، ١) ، جـ (-٥ ، -٣) تقع على استقامة واحدة .**

الحـــــل

أب = $\sqrt{(٤ - ١)^٢ + (٣ - ١)^٢}$ = $\sqrt{١٣}$ وحدة طول

ب جـ = $\sqrt{(١+٥)^٢ + (١ + ٣)^٢}$ = ٢$\sqrt{١٣}$ وحدة طول

أ جـ = $\sqrt{(٤ + ٥)^٢ + (٣ + ٣)^٢}$ = ٣$\sqrt{١٣}$ وحدة طول

∵ $\sqrt{١٣}$ + ٢$\sqrt{١٣}$ = ٣$\sqrt{١٣}$

∴ أب + ب جـ = أ جـ ∴ أ ، ب ، جـ تقع على استقامة واحدة

تدريب (٤): بين هل النقط أ (١ ، ٤) ، ب(٣ ، -٢) ، جـ (-٣ ، ١٦) تقع على استقامة واحدة أم لا

مثال محلول (٥) : **أثبت أن المثلث أ ب جـ الذى فيه أ = (٤ ، ٥) ، ب = (٣ ، ٢)، جـ = (-٣ ، ٤)**

قائم الزاوية وأوجد مساحته .

الحـــل

أ ب = $\sqrt{(٤ - ٣)^٢ + (٥ - ٢)^٢}$ = $\sqrt{١٠}$ وحدة طول ⇐ (أ ب)^٢ = ١٠

ب جـ = $\sqrt{(٣+٣)^٢ + (٢ - ٤)^٢}$ = ٢$\sqrt{١٠}$ وحدة طول ⇐ (ب جـ)^٢ = ٤٠

أجـ = $\sqrt{(٤ + ٣)^٢ + (٥ - ٤)^٢}$ = ٥$\sqrt{٢}$ وحدة طول ⇐ (أ جـ)^٢ = ٥٠

∵ (أجـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ ∴ المثلث أ ب جـ قائم الزاوية

مساحته = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{١٠}$ × ٢ $\sqrt{١٠}$ = ١٠ وحدة مربعة

تدريب (٥): أثبت أن المثلث أ ب جـ حيث: أ (٥ ، ٤) ، ب (٣، ٢)، جـ (١، ٣) منفرج الزاوية

مثال محلول (٦) : أثبت أن النقط أ (-١ ، ١)، ب (٠ ، ٥) ، جـ (٥ ،٦) ، ء (٤ ، ٢) هى رءوس متوازى أضلاع .

الحـــــل

أب = $\sqrt{(-١ - ٠)^٢ + (١ - ٥)^٢}$ = $\sqrt{١٧}$ وحدة طول

ب جـ = $\sqrt{(٠ - ٥)^٢ + (٥ - ٦)^٢}$ = $\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

جـ ء = $\sqrt{(٥ - ٤)^٢ + (٦ - ٢)^٢}$ = $\sqrt{١٧}$ وحدة طول

ء أ = $\sqrt{(-١ - ٤)^٢ + (١ - ٢)^٢}$ = $\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

∵ أب = جـ ء ، ب جـ = ء أ ∴ الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

تدريب (٦): أب جـ ء شكل رباعى حيث أ (٣ ، ٣) ، ب (١ ، -١) ، جـ (-٣ ، -٣) ، ء (-١ ، ١)
أثبت أن الشكل أ ب جـ د معين .

حل تدريب (١):

أب = $\sqrt{(-٢ - ٣)^٢ + (٥ - ٤)^٢}$ = $\sqrt{٢٦}$ وحد ة طول

حل تدريب (٢):

$\sqrt{(س - ٦)^٢ + (٥ - ١)^٢}$ = ٢ $\sqrt{٥}$ بتربيع الطرفين

(س - ٦)^٢ + ١٦ = ٢٠

(س - ٦)^٢ = ٢٠ – ١٦ (س - ٦)^٢ = ٤ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

س – ٦ = ± ٢

س – ٦ = ٢ أو س – ٦ = -٢

س = ٨ أو س = ٤



حل تدريب (٣):

أب = $\sqrt{(٦ - ٢)^{٢} + (٠ - ٠)^{٢}}$ = ٤ وحدة طول

ب جـ = $\sqrt{(٢ - ٤)^{٢} + (٠ - ٢\sqrt{٣})^{٢}}$ = ٤ وحدة طول

أ جـ = $\sqrt{(٦ - ٤)^{٢} + (٠ - ٢\sqrt{٣})^{٢}}$ = ٤ وحدة طول

∵ أب = أ جـ = ب جـ ∴ المثلث أب جـ متساوى الأضلاع

حل تدريب (٤):

أب = $\sqrt{(١ - ٣)^{٢} + (٤ + ٢)^{٢}}$ = $٢\sqrt{١٠}$ وحدة طول

ب جـ = $\sqrt{(٣ + ٣)^{٢} + (-٢ - ١٦)^{٢}}$ = $٦\sqrt{١٠}$ وحدة طول

أ جـ = $\sqrt{(١ + ٣)^{٢} + (٤ - ١٦)^{٢}}$ = $٤\sqrt{١٠}$ وحدة طول

∵ $٢\sqrt{١٠} + ٤\sqrt{١٠} = ٦\sqrt{١٠}$

∴ أب + أ جـ = ب جـ ∴ أ ، ب ، جـ تقع على استقامة واحدة

حل تدريب (٥):

أ ب = $\sqrt{(٥ - ٣)^{٢} + (٤ - ٢)^{٢}}$ = $٢\sqrt{٢}$ وحدة طول ⟸ $(أ ب)^{٢} = ٨$

ب جـ = $\sqrt{(٣ - ١)^{٢} + (٢ - ٣)^{٢}}$ = $\sqrt{٥}$ وحدة طول ⟸ $(ب جـ)^{٢} = ٥$

أجـ = $\sqrt{(٥ - ١)^{٢} + (٤ - ٣)^{٢}}$ = $\sqrt{١٧}$ وحدة طول ⟸ $(أجـ)^{٢} = ١٧$

∵ $(أجـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$ ∴ المثلث أ ب جـ منفرج الزاوية

حل تدريب (٦):

أب = $\sqrt{(٣ - ١)^{٢} + (٣ + ١)^{٢}}$ = $٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

ب جـ = $\sqrt{(١ + ٣)^{٢} + (-١ + ٣)^{٢}}$ = $٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

جـ ء = $\sqrt{(-٣ + ١)^{٢} + (-٣ - ١)^{٢}}$ = $٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

أ ء = $\sqrt{(٣ + ١)^{٢} + (٣ - ١)^{٢}}$ = $٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

∵ أب = ب جـ = جـ د = ءأ ∴ أ ب جـ ء معين

تمارين على الدرس الأول:

السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) البعد بين النقطة (٣ ، ٤) ونقطة الأصل تساوى .... وحدة طول

أ) ٤ ب) ٥ ج) ٣ د) ٧

٢) بعد النقطة (–٤ ، ٢) عن محور الصادات يساوى .... وحدة طول

أ) ٤ ب) –٢ ج) -٤ د) ٢

٣) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٥ وحدات طول ، فأى من النقط الآتية تنتمى للدائرة ؟

أ) (-٣ ، ٤) ب) (٢ ، ٣) ج) (١ ، ٢) د) (–٥ ، ٥)

٤) البعد بين المستقيمين : ص – ٣ = صفر ، ص + ٢ = صفر يساوى .... وحدة طول

أ) ٢ ب) ١ ج) ٣ د) ٥

٥) إذا كان أ ب جـ ء مربع حيث أ (٣ ، ٥) ، ب(٤ ، ٢)

فإن : مساحة المربع أب جـ ء = ... وحدة مربعة

أ) $\sqrt{١٠}$ ب) ١٠ ج) ٤ $\sqrt{١٠}$ د) ٤٠

السؤال الثانى :

أثبت أن النقط س (٣ ، ١) ، ص (٢ ، - ٢) ، ع (٢ ، ٤) تقع على دائرة واحدة مركزها

م (- ٢ ، ١) ثم أوجد محيط الدائرة حيث π = ٣,١٤

السؤال الثالث :

إذا كان البعد بين النقطتين (س ، ٧) ، (٠ ، ٣) يساوى ٥ وحدات طول فأوجد قيمة س .

السؤال الرابع :

أ ب جـ ء شكل رباعى فيه : أ (٢ ، ٤) ، ب(-٣ ، ٠) ، جـ (-٧ ، ٥) ، ء (-٢ ، ٩)
أثبت أن الشكل أ ب جـ ء مربع وأوجد مساحته .

السؤال الخامس:

أثبت أن النقط أ (-١ ، ٣) ، ب(٥ ، ١) ، جـ (٦ ، ٤) ، ء (٠ ، ٦) هى رءوس مستطيل

حلول تمارين على الدرس الأول:

إجابة السؤال الاول :

١) ب) ٥ ٢) ٤ ٣) (-٣ ، ٤)

٤) د) ٥ ٥) ب) ١٠

إجابة السؤال الثانى :

اثبات ومحيط الدائرة = ٣١,٤ وحدة طول

إجابة السؤال الثالث :

$\sqrt{(س - ٠)^٢ + (٧ - ٣)^٢} = ٥$ بتربيع الطرفين

$س^٢ + ١٦ = ٢٥$

$س^٢ = ٢٥ - ١٦$ $س^٢ = ٩$ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

$س = \pm ٣$

إجابة السؤال الرابع:

$أب = \sqrt{(٢ + ٣)^٢ + (٤ - ٠)^٢} = \sqrt{٤١}$ وحدة طول

$ب جـ = \sqrt{(-٣ + ٧)^٢ + (٠ - ٥)^٢} = \sqrt{٤١}$ وحدة طول

$جـ ء = \sqrt{(-٧ + ٢)^٢ + (٥ - ٩)^٢} = \sqrt{٤١}$ وحدة طول

$أ ء = \sqrt{(٢ + ٢)^٢ + (٤ - ٩)^٢} = \sqrt{٤١}$ وحدة طول

$أ جـ = \sqrt{(٢ + ٧)^٢ + (٤ - ٥)^٢} = \sqrt{٨٢}$ وحدة طول

$ب ء = \sqrt{(-٣ + ٢)^٢ + (٠ - ٩)^٢} = \sqrt{٨٢}$ وحدة طول

∵ أب = ب جـ = جـ د = أء ، أ جـ = ب ء ∴ أ ب جـ ء مربع

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه = $\sqrt{٤١} \times \sqrt{٤١} = ٤١$ وحدة مربعة

إجابة السؤال الخامس : إثبات (أجب بنفسك)



الوحدة الخامسة : الهندسة التحليلية

الدرس الثانى : إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة

ملخص الدرس:

١- إذا كانت أ $(س_1 ، ص_1)$ ، ب $(س_2 ، ص_2)$ نقطتين في مستوي احداثي متعامد ، وكانت م منتصف $\overline{أ ب}$

فإن :

إحداثيى منتصف $\overline{أ ب}$ (م) = $\left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2}\right)$

أ $(س_1 ، ص_1)$ ، م ، ب $(س_2 ، ص_2)$

مثال محلول (١): إذا كانت أ = (٧ ، ٥) ، ب = (-٣ ، ٣) أوجد إحداثيى منتصف $\overline{أب}$

الحـــــل

إحداثيا منتصف $\overline{أب}$ = $\left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2}\right)$ = $\left(\frac{٧ + (-٣)}{٢} ، \frac{٥ + ٣}{٢}\right)$ = (٢ ، ٤)

تدريب (١): إذا كانت أ = (٧ ، -٦) ، ب = (-١ ، ٢) أوجد إحداثيى منتصف $\overline{أب}$

مثال محلول (٢): إذا كانت جـ (٦ ، -٤) هى منتصف $\overline{أ ب}$ حيث أ (٥ ، -٣) أوجد إحداثيى نقطة ب

الحـــــل

نفرض أن نقطة ب (س ، ص)

منتصف $\overline{أ ب}$ = $\left(\frac{س + ٥}{٢} ، \frac{ص - ٣}{٢}\right)$ = (٦ ، -٤)

∴ $\frac{س + ٥}{٢}$ = ٦ ، $\frac{ص - ٣}{٢}$ = -٤

∴ س + ٥ = ١٢ ، ص – ٣ = -٨

∴ س = ٧ ، ص = -٥ ∴ النقطة ب (٧ ، -٥)



تدريب (٢): إذا كان $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى دائرة مركزها م (٥ ، ٧) فإذا كانت ب (٨ ، ١١) أوجد : إحداثيي نقطة أ .

مثال محلول (٣): إذا كانت جـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ (- ٣ ، ص) ، ب(٩ ، ١١) ، جـ (س ، ٣) .
أوجد س ، ص

الحـــل

منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ = $\left(\frac{-٣ + ٩}{٢} ، \frac{ص + ١١}{٢}\right)$ = (س ، ٣)

∴ س = $\frac{-٣ + ٩}{٢}$ ∴ س = ٣ ، $\frac{ص+١١}{٢}$ = ٣ ∴ ص = -٥

تدريب (٣): إذا كانت جـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ (س ، ٣) ، ب(٦ ، ص) ، جـ (٤ ، ٦) .
أوجد قيمة : س + ص

مثال محلول (٤): أثبت أن الشكل أب جـ ء متوازى أضلاع حيث:
أ (٤ ، -١)، ب (-٤ ، ١) ، جـ (٠ ، -٧) ، ء (٨ ، -٩)

الحـــــــل

قطرا الشكل الرباعى أب جـ ء هما $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$

∴ نقطة منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ هى $\left(\frac{٤ + ٠}{٢} ، \frac{-١ + (-٧)}{٢}\right)$ = (٢ ، - ٤)

نقطة منتصف $\overline{\text{ب ء}}$ هى $\left(\frac{-٤ + ٨}{٢} ، \frac{١ + (-٩)}{٢}\right)$ = (٢ ، - ٤)

∴ نقطة منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ هى نفسها نقطة منتصف $\overline{\text{ب ء}}$

∴ القطران ينصف كل منهما الآخر ∴ الشكل أب جـ ء متوازى أضلاع

تدريب (٤): إذا كانت أ (٤ ، ٢)، ب (٠ ، ٢) ، جـ (٠ ،٤) ، ء (٤، ٤) أربع نقط فى مستوى إحداثيي متعامد أثبت أن : $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$ ينصف كل منهما الآخر .

مثال محلول (٥): إذا كانت أ(-٣ ، ١) ، ب(٥ ، ٥) أوجد أحداثيات النقط التى تقسم أ ب إلى أربعة أجزاء متساوية .

الحـــــل

بفرض أن : النقط التى تقسم أ ب هى جـ ، ء ، هـ

أ ——— جـ ——— ء ——— هـ ——— ب

منتصف أ ب هى النقطة ء ($\frac{-٣ + ٥}{٢}$ ، $\frac{١ + ٥}{٢}$)   ∴ ء (١ ، ٣)

منتصف أ ء هى النقطة جـ ($\frac{-٣ + ١}{٢}$ ، $\frac{١ + ٣}{٢}$)   ∴ جـ (-١ ، ٢)

منتصف ء ب هى النقطة هـ ($\frac{١ + ٥}{٢}$ ، $\frac{٣ + ٥}{٢}$)   ∴ هـ (٣ ، ٤)

تدريب (٥): إذا كانت س(-١ ، ٣) ، ص(٧ ، ٧) أوجد أحداثيات النقط التى تقسم س ص إلى أربعة أجزاء متساوية .

مثال محلول (٦): إذا كان أب جـ ء متوازى أضلاع حيث:
أ (١ ، ١)، ب (٦ ، ٢) ، جـ (٩ ، ٧) أوجد إحداثيى النقطة ء

الحــــــــــل

نفرض أن ء (س ، ص)
∵ أ ب جـ ء متوازى أضلاع
∴ القطران ينصف كل منهما الآخر

منتصف أ جـ = ($\frac{١ + ٩}{٢}$ ، $\frac{١ + ٧}{٢}$) = (٥ ، ٤)

منتصف ب ء = ($\frac{٦ + س}{٢}$ ، $\frac{٢ + ص}{٢}$)

∴ $\frac{٦ + س}{٢}$ = ٥ ، $\frac{٢ + ص}{٢}$ = ٤

∴ ٦ + س = ١٠ ، ٢ + ص = ٨

∴ س = ٤ ، ∴ ص = ٦   ∴ ء (٤ ، ٦)

تدريب (٦): إذا كان أب جـ ء مستطيل ، م نقطة تقاطع قطريه فإذا كان : أ (٦ ، ٠) ، ب (٢ ، -٤) ، جـ (-٤ ، ٢) فأوجد إحداثيات النقطتين م ، ء

حل تدريب (١):

إحداثيا منتصف $\overline{أب}$ = $\left(\frac{٧ + (-١)}{٢} ، \frac{-٦ + ٢}{٢} \right) = (٣ ، -٢)$

حل تدريب (٢): نفرض أن أ (س ، ص) ، م مركز الدائرة هى منتصف القطر $\overline{أ ب}$

منتصف $\overline{أ ب}$ = $\left(\frac{س + ٨}{٢} ، \frac{ص + ١١}{٢} \right) = (٥ ، ٧)$

$\frac{س + ٨}{٢} = ٥$ ، $\frac{ص + ١١}{٢} = ٧$

∴ س + ٨ = ١٠ ، ص + ١١ = ١٤

∴ س = ٢ ، ∴ ص = ٣ ∴ أ (٢ ، ٣)

حل تدريب (٣): منتصف $\overline{أ ب}$ = $\left(\frac{س + ٦}{٢} ، \frac{ص + ٣}{٢} \right) = (٤ ، ٦)$

$\frac{س + ٦}{٢} = ٤$ ، $\frac{ص + ٣}{٢} = ٦$

∴ س = ٢ ، ∴ ص = ٩ ∴ س + ص = ٢ + ٩ = ١١

حل تدريب (٤) نقطة منتصف $\overline{أ جـ}$ هى $\left(\frac{٤ + ٠}{٢} ، \frac{٢ + ٤}{٢} \right) = (٢ ، ٣)$

نقطة منتصف $\overline{ب ء}$ هى $\left(\frac{٠ + ٤}{٢} ، \frac{٢ + ٤}{٢} \right) = (٢ ، ٣)$

∴ نقطة منتصف $\overline{أ جـ}$ هى نفسها نقطة منتصف $\overline{ب ء}$

∴ $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب ء}$ ينصف كل منهما الآخر



حل تدريب (٥)

بفرض أن : النقط التى تقسم $\overline{\text{س ص}}$ هى جـ ، ء ، هـ

منتصف $\overline{\text{س ص}}$ هى النقطة ء ($\frac{-١ + ٧}{٢}$ ، $\frac{٣+ ٧}{٢}$) ∴ ء (٣ ، ٥)

منتصف $\overline{\text{س ء}}$ هى النقطة جـ ($\frac{-١ + ٣}{٢}$ ، $\frac{٣+ ٥}{٢}$) ∴ جـ (١، ٤)

منتصف $\overline{\text{ء ص}}$ هى النقطة هـ ($\frac{٧ + ٣}{٢}$ ، $\frac{٧+ ٥}{٢}$) ∴ هـ (٥ ، ٦)

حل تدريب (٦)

قطرا المستطيل أ ب جـ ء هما $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$ ، نفرض أن ء (س ، ص)

∴ م نقطة منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ هى ($\frac{٦+ (-٤)}{٢}$ ، $\frac{٠+ ٢}{٢}$) = (١ ، ١)

نقطة منتصف $\overline{\text{ب ء}}$ هى ($\frac{٢ + \text{س}}{٢}$ ، $\frac{-٤+ \text{ص}}{٢}$)

∵ الشكل أ ب جـ ء مستطيل ∴ القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ ($\frac{٢ + \text{س}}{٢}$ ، $\frac{-٤+ \text{ص}}{٢}$) = (١ ، ١)

∴ $\frac{٢ + \text{س}}{٢}$ = ١ ، $\frac{-٤+ \text{ص}}{٢}$ = ١

∴ س = صفر ، ص = ٦ ∴ النقطة ء (صفر ، ٦)

تمارين على الدرس الثانى:

السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) إذا كانت جـ (٥ ، ٧) ، ء (١ ، -١) فإن نقطة منتصف جـ ء هى ....

أ) (٢ ، ٣) ب) (٣ ، ٣) ج) (٣ ، ٢) د) (٣ ، ٤)

٢) إذاكان: أ ب قطرا فى دائرة حيث أ (٣ ، - ٥) ، ب (٥ ، ١) فإن : مركز الدائرة هو ....

أ) (٤ ، -٢) ب) (٤ ، ٢) ج) (٢ ، -٢) د) (٨ ، -٢)

٣) إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف أ ب حيث أ (٥ ، - ٢) فإن النقطة ب هى ....

أ) (٢ ، ٥) ب) (-٢، -٥) ج) (٥ ، -٢) د) (-٥ ، ٢)

٤) إذا كان محور السينات ينصف أ ب حيث أ (٣ ، ٢) ، ب (-٢ ، ص) فإن ص = ...

أ) ٣ ب) ٤ ج) -٢ د) ٢

٥) إذا كانت : م (١ ، ٣) هى نقطة تقاطع قطرى متوازى الأضلاع أ ب جـ ء حيث أ (٢ ، ٥)
فإن: النقطة جـ هى ....

أ) (٠ ، ٤) ب) (-٤ ، ٢) ج) (٢ ، ٠) د) (٠ ، ١)

السؤال الثانى :

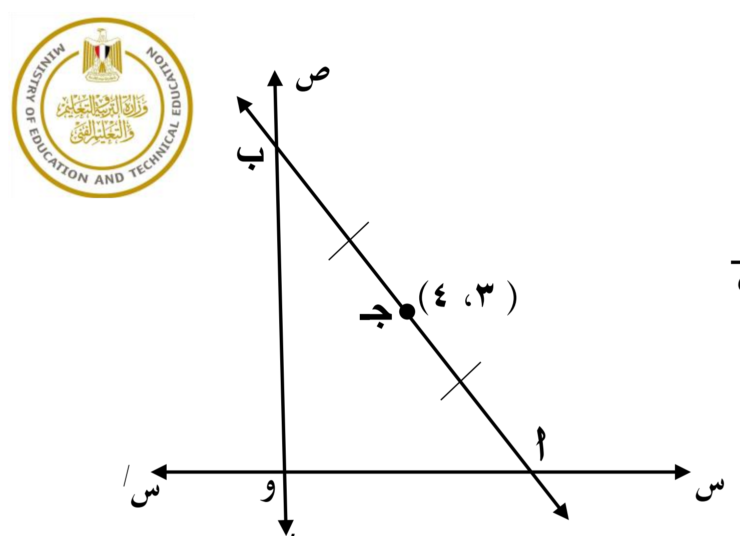
إذا كانت جـ منتصف أ ب حيث أ (س ، ١) ، ب(٤ ، ص) ، جـ (٥ ، ٣) .
أوجد قيمة : س ص

السؤال الثالث :

إذا كان أب جـ ء متوازى أضلاع فيه: أ (٣، ٢) ، ب (٤ ، -٥) ، جـ (٠ ، -٣)
أوجد إحداثيى نقطة تقاطع قطريه ، ثم أوجد إحداثيى نقطة ء .

السؤال الرابع: إذا كانت النقط :أ (٣، ٢) ، ب (٤ ، -٣) ، جـ (-١ ، -٢) ، ء(-٢ ، ٣)
هى رؤوس معين فأوجد :

١- إحداثيى نقطة تقاطع قطريه ٢- مساحة المعين أب جـ ء



السؤال الخامس:

فى الشكل المقابل : النقطة جـ (٣ ، ٤) هى منتصف أب

أوجد : ١) إحداثيى كل من النقطتين أ ، ب

٢) مساحة المثلث أب و

حلول تمارين على الدرس الثانى:

إجابة السؤال الاول :

١) ب (٣ ، ٣) ٢) أ (٤ ، -٢) ٣) د (-٥ ، ٢)

٤) جـ -٢ ٥) د (٠ ، ١)

إجابة السؤال الثانى :

س = ٦ ، ص = ٥ س ص = ٦ × ٥ = ٣٠ (وضح خطوات الحل بنفسك)

إجابة السؤال الثالث :

إحدثيى نقطة تقاطع القطرين هى نقطة منتصف أ جـ هى $\left(\frac{٣+٠}{٢} ، \frac{٢+(-٣)}{٢} \right) = \left(\frac{٣}{٢} ، \frac{-١}{٢} \right)$

(أكمل الحل بنفسك لايجاد إحداثيى نقطة ء.)

إجابة السؤال الرابع :

منتصف $\overline{أجـ} = \left(\frac{٣-١}{٢} ، \frac{٢-٢}{٢} \right) = (١ ، ٠)$

أ جـ $= \sqrt{(٣+١)^٢ + (٢+٢)^٢} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

ب ء $= \sqrt{(٤+٢)^٢ + (-٣-٣)^٢} = ٦\sqrt{٢}$ وحدة طول

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولا قطريه = $\frac{١}{٢} \times ٤\sqrt{٢} \times ٦\sqrt{٢} = ٢٤$ وحدة مربعة



إجابة السؤال الخامس:

نفرض أن أ (س ، صفر) ، ب (صفر ، ص)

منتصف $\overline{أب}$ = ($\frac{س + ٠}{٢}$ ، $\frac{٠+ ص}{٢}$) = (٣ ، ٤)

∴ س = ٦ ، ص = ٨ ∴ أ (٦ ، ٠) ، ب (٠ ، ٨)

مساحة المثلث أب و = $\frac{١}{٢}$ أو × و ب = ٣ × ٨ = ٢٤ وحدة مربعة



الوحدة الخامسة : الهندسة التحليلية
الدرس الثالث : ميل الخط المستقيم

ملخص الدرس:

١- إذا كانت أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) نقطتين في مستوي احداثي متعامد ،

فإن : ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

٢- ميل المستقيم الأفقى (الموازى لمحور السينات) = صفر

٣- ميل المستقيم الرأسى (الموازى لمحور الصادات) غير معرف

٤– إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أ ب}$ يصنع زاوية موجبة قياسها هـ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن :
ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = ظا هـ

٥– إذا كان ل١ ، ل٢ مستقيمان ميلاهما م١ ، م٢ فإن :
$\overleftrightarrow{ل_١}$ // $\overleftrightarrow{ل_٢}$ $\Longleftrightarrow$ م١= م٢ أى أن المستقيمان المتوازيان ميلاهما متساويان والعكس صحيح .

٦- إذا كان $\overleftrightarrow{ل_١}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{ل_٢}$ فإن م ١× م٢ = - ١
أى أن حاصل ضرب ميلى مستقيمين متعامدين = -١ والعكس صحيح .

٧– إذا كان أ ، ب ، جـ على استقامة واحدة فإن : ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = ميل $\overleftrightarrow{أ جـ}$

٨- لاثبات أن الشكل الرباعى شبه منحرف نثبت أنه يوجد ضلعين متقابلين متوازيين وضلعين متقابلين غير متوازيين .

مثال محلول (١) : أوجد ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ حيث أ (١ ، ٢) ، ب (٣ ، ٦)

الحـــــــل

$$\text{الميل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٦ - ٢}{٣ - ١} = ٢$$

تدريب (١): أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٤) ، (٣ ، ٥)

مثال محلول (٢): أوجد ميل المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها

(١) ٤٥° (٢) ٦٠° (٣) ٥٤° ٤٤′ ٣٧″

الحـــــــل

١- الميل = ظا ٤٥° = ١

٢- الميل = ظا ٦٠° = $\sqrt{٣}$

٣- الميل = ظا ٥٤° ٤٤′ ٣٧″ ≃ ١,٤١

تدريب (٢): أوجد ميل المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها

(١) ٤٥° (٢) ٣٠° (٣) ٢٢° ١٥′

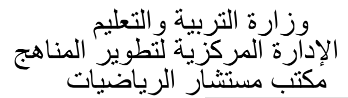
مثال محلول (٣): أوجد قياس الزاوية الموجبة (هـ) التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين : (٥ ، -١) ، (٤ ، -٢)

الحـــــــل

$$\text{ميل المستقيم ل} = \frac{-٢ + ١}{٤ - ٥} = ١$$ باستخدام الحاسبة

shift	tan	١	=

ق (∠ هـ) الموجبة = ٤٥°



تدريب (٣): أوجد قياس الزاوية الموجبة (هـ) التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل يمربالنقطتين : (-٣ ، - ٢) ، (٤ ، ٥)

مثال محلول (٤): أثبت أن النقط أ (-١ ، ٤) ، ب(-٢، ٢) ، جـ (-٣ ، ٠) تقع على استقامة واحدة .

الحـــــــــل

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٢ - ٤}{-٢ + ١}$ = ٢ ، ميل $\overleftrightarrow{بجـ}$ = $\frac{٠ - ٢}{-٣ + ٢}$ = ٢

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بجـ}$ ، ب نقطة مشتركة بين المستقيمين

∴ أ ، ب ، جـ تقع على استقامة واحدة

تدريب (٤): إذا كانت النقط : س (٠ ، ١) ، ص (أ، ٣) ، ع (٢ ، ٥) تقع على استقامة واحدة

أوجد قيمة أ .

مثال محلول (٥): أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : (٢ ، - ١) ، (٦ ، ٣) يوازى المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة قياسها ٤٥ ° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

الحـــــــــل

$م_١$ ميل المستقيم الأول = $\frac{٣ + ١}{٦ - ٢}$ = ١

$م_٢$ ميل المستقيم الثانى = ظا ٤٥ ° = ١

∵ $م_١ = م_٢$ ∴ المستقيمان متوازيان

تدريب (٥): أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : (٤ ، ٢) ، (٥ ، ٦) يوازى المستقيم المار بالنقطتين : (٠ ، ٥) ، (-١ ، ١)

مثال محلول (٦): أثبت أن المستقيم $ل_١$ المار بالنقطتين : (٤ ، ٣ $\sqrt{٣}$) ، (٥ ، ٢ $\sqrt{٣}$) عمودى على المستقيم $ل_٢$ الذى يصنع زاوية موجبة قياسها ٣٠° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

الحـــــــــــل

ميل المستقيم $ل_١$ = $\frac{٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣}}{٥ - ٤}$ = - $\sqrt{٣}$

ميل المستقيم $ل_٢$ = ظا ٣٠° = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ميل المستقيم $ل_١$ × ميل المستقيم $ل_٢$ = - $\sqrt{٣}$ × $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ = -١

∴ المستقيمان متعامدان

تدريب (٦): أثبت أن المستقيم $ل_١$ المار بالنقطتين : (١، ١) ، (٤ ، -٣) يكون عموديا المستقيم $ل_٢$ المار بالنقطتين : (٣ ، ٧) ، (-١ ، ٤)

مثال محلول (٧): أ ب جـ ء شكل رباعى فيه : أ (-١، ٠) ، ب(٧، ٤) ، جـ (٥، ٨) ، ء(١ ، ٦)
أثبت أن الشكل الرباعى أ ب جـ ء شبه منحرف.

الحـــــــــــل

ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = $\frac{٤ - ٠}{٧ + ١}$ = $\frac{١}{٢}$ ، ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = $\frac{٨ - ٤}{٥ - ٧}$ = - ٢

ميل $\overleftrightarrow{جـ ء}$ = $\frac{٦ - ٨}{١ - ٥}$ = $\frac{١}{٢}$ ، ميل $\overleftrightarrow{أ ء}$ = $\frac{٦ - ٠}{١ + ١}$ = ٣

∵ ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = ميل $\overleftrightarrow{جـ ء}$ ∴ $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{جـ ء}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ ≠ ميل $\overleftrightarrow{أ ء}$ ∴ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ لا يوازى $\overleftrightarrow{أ ء}$

∴ الشكل أ ب جـ ء شبه منحرف

تدريب (٧): باستخدام الميل أثبت أن الشكل الرباعى أ ب جـ ء متوازى أضلاع حيث :

أ (٣، -٢) ، ب(-٥ ، ٠) ، جـ (٠، -٧) ، ء(٨ ، -٩)



حل تدريب (١): الميل = $\frac{٥ - ٤}{٣ + ١} = \frac{١}{٤}$

حل تدريب (٢):

١- الميل = ظا ٤٥° = ١

٢- الميل = ظا ٣٠° = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

٣- الميل = ظا ١٥َ ٢٢° ≃ ٠,٤١

حل تدريب (٣): ميل المستقم ل = $\frac{٥ + ٢}{٤ + ٣} = ١$ ∴ ق (∠ هـ) = ٤٥°

حل تدريب (٤): ميل $\overleftrightarrow{س ص}$ = $\frac{٣ - ١}{أ - ٠} = \frac{٢}{أ}$ ، ميل $\overleftrightarrow{س ع}$ = $\frac{٥ - ١}{٢ - ٠} = ٢$

∵ س ، ص ، ع تقع على استقامة واحدة

∴ ميل $\overleftrightarrow{س ص}$ = ميل $\overleftrightarrow{س ع}$ ∴ $\frac{٢}{أ} = ٢$ ∴ أ = ١

حل تدريب (٥): ميل المستقيم الأول = $\frac{٦ - ٢}{٥ - ٤} = ٤$ ، ميل المستقيم الثانى = $\frac{١ - ٥}{-١ - ٠} = ٤$

∵ ميل المستقيم الأول = ميل المستقيم الثانى ∴ المستقيمان متوازيان

حل تدريب (٦): ميل المستقيم $ل_١$ = $\frac{-٣ - ١}{٤ - ١} = \frac{-٤}{٣}$ ، ميل المستقيم $ل_٢$ = $\frac{٤ - ٧}{-١ - ٣} = \frac{٣}{٤}$

ميل $ل_١$ × ميل $ل_٢$ = $\frac{-٤}{٣} \times \frac{٣}{٤} = -١$

∴ المستقيمان متعامدان

حل تدريب (٧): اثبات (أجب بنفسك)

تمارين على الدرس الثالث:

السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) ميل المستقيم الموازى لمحور السينات يساوى ....

ⓐ ١ ⓑ صفر ⓒ -١ ⓓ غير معرف

٢) إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ ء}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٣}{٤}$ فإن : ميل $\overleftrightarrow{جـ ء}$ = ...

ⓐ $\frac{٣}{٤}$ ⓑ $\frac{-٤}{٣}$ ⓒ $\frac{-٣}{٤}$ ⓓ $\frac{٤}{٣}$

٣) إذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مسقيمين متعامدين فإن : ....

ⓐ $م_١ = م_٢$ ⓑ $م_١ + م_٢$ = صفر ⓒ $م_١ م_٢ = -١$ ⓓ $م_١ م_٢ = ١$

٤) المستقيم المار بالنقطتين (١، ١) ، (- ٥ ، - ٥) يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ....

ⓐ ٣٠° ⓑ ٤٥° ⓒ ٦٠° ⓓ ١٣٥°

٥) إذا كان أ ب جـ ء مربعا حيث : أ (٣ ، ٥) ، جـ (٥ ، - ١) فإن : ميل $\overleftrightarrow{ب ء}$ = ...

ⓐ -٦ ⓑ $\frac{-١}{٣}$ ⓒ -٣ ⓓ $\frac{١}{٣}$

٦) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ // محور السينات حيث أ (٤، ٢) ، ب (-٥ ، ص) فإن ص = ...

ⓐ ٢ ⓑ صفر ⓒ -٢ ⓓ ٤

٧) ميل المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها س° يساوى ....

ⓐ جا س ⓑ جتا س ⓒ جا س + جتاس ⓓ $\frac{جا س}{حتاس}$



السؤال الثانى :

أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل عموديا على المستقيم المار بالنقطتين : (- ٢ ، ٥) ، (٤ ، - ١) .

السؤال الثالث :

إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ك) والمستقيم $ل_٢$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° . أوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$:

١ - متوازيين ٢- متعامدين

السؤال الرابع :

إذا كانت أ (-١ ، ٢) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ (-٤ ، ١) ، ء (س ، ٢) أربع نقاط فى المستوى الاحداثى المتعامد وكان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـء}$ فأوجد قيمة س .

السؤال الخامس :

إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ // محور الصادات حيث أ (س، ٧) ، ب (٣ ، ٥) فأوجد قيمة س .

السؤال السادس :

إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط أ (- ١ ، - ١) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ (٦، ص) قائم الزاوية فى ب أوجد قيمة ص .

السؤال السابع :

أثبت أن الشكل أ ب جـ ء مستطيل حيث :

أ (-١، ٣) ، ب (٥ ، ١) ، جـ (٦، ٤) ، ء(٠ ، ٦)

حلول تمارين على الدرس الثالث:

إجابة السؤال الاول :

١) ب) صفر ‏ ‏ ٢) أ) $\frac{٣}{٤}$ ‏ ‏ ٣) جـ) م١ م٢ = -١

٤) ب) ٤٥° ‏ ‏ ٥) د) $\frac{١}{٣}$ ‏ ‏ ٦) أ) ٢ ‏ ‏ ٧) د) $\frac{\text{جا س}}{\text{حتا س}}$

إجابة السؤال الثانى:

ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٢ ، ٥) ، (٤ ، -١) = $\frac{-١ - ٥}{٤ + ٢}$ = -١

∴ ميل المستقيم ل (العمودى) = ١ ‏ ‏ ∴ قياس الزاوية = ٤٥°

إجابة السؤال الثالث :

ميل ل$_١$ = $\frac{ك - ١}{٢ - ٣}$ = $\frac{ك - ١}{-١}$ ، ميل ل$_٢$ = ظا ٤٥° = ١

١) إذاكان ل$_١$ ، ل$_٢$ متوازيان :

ميل ل$_١$ = ميل ل$_٢$

∴ $\frac{ك - ١}{-١}$ = ١

ك – ١ = -١ ‏ ‏ ك = صفر

٢) إذاكان ل$_١$ ، ل$_٢$متعامدان:

ميل ل$_١$ × ميل ل$_٢$ = -١

$\frac{ك - ١}{-١}$ × ١ = -١

ك – ١ = ١ ‏ ‏ ك = ٢

إجابة السؤال الرابع:

ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = $\frac{٣-٢}{٢+١}$ = $\frac{١}{٣}$ ، ميل $\overleftrightarrow{جـ ء}$ = $\frac{٢ - ١}{س + ٤}$ = $\frac{١}{س + ٤}$

∵ $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{جـ ء}$ ‏ ‏ ∴ ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = ميل $\overleftrightarrow{جـ ء}$

∴ $\frac{١}{س + ٤}$ = $\frac{١}{٣}$ ‏ ‏ ∴ س + ٤ = ٣ ‏ ‏ ∴ س = -١

إجابة السؤال الخامس :

ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = $\frac{٥ - ٧}{٣- س}$ ‏ ‏ ∵ $\overleftrightarrow{أ ب}$ // محور الصادات ‏ ‏ ∴ ٣ – س = صفر ‏ ‏ ∴ س = ٣



إجابة السؤال السادس:

ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{٣+١}{٢+١}$ = $\frac{٤}{٣}$ ، ميل $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ = $\frac{\text{ص} - ٣}{٦-٢}$ = $\frac{\text{ص} - ٣}{٤}$

$\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \perp \overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ = -١

∴ $\frac{\text{ص} - ٣}{٤}$ × $\frac{٤}{٣}$ = -١ ∴ ص – ٣ = -٣ ∴ ص = صفر

إجابة السؤال السابع :

ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{٣-١}{٥+١}$ = $\frac{-١}{٣}$ ، ميل $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ = $\frac{٤-١}{٦-٥}$ = ٣

ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ = $\frac{٦-٤}{٠-٦}$ = $\frac{-١}{٣}$ ، ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ = $\frac{٦-٣}{٠+١}$ = ٣

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ ∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ (١)

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ = ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ∴ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ = $\frac{-١}{٣}$ × ٣ = -١ ∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \perp \overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

∴ الشكل أ ب جـ ء مستطيل



الوحدة الخامسة : الهندسة التحليلية

الدرس الرابع : معادلة الخط المستقيم بمعلومية الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

ملخص الدرس:

١- المستقيم الذى ميله = م ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، جـ)تكون معادلته على الصورة :

ص = م س + جـ

٢- معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل (٠ ، ٠) وميله م هى ص = م س

٣- معادلة محور السينات هى ص = صفر ، معادلة محور الصادات هى س= صفر

٤- معادلة الخط المستقيم الذى يوازى محور السينات ويمر بالنقطة (أ ، ب) هى : ص = ب

٥- معادلة الخط المستقيم الذى يوازى محور الصادات ويمر بالنقطة (أ ، ب) هى : س = أ

٦- إذا كانت معادلة الخط المستقيم على الصورة :

أس + ب ص + جـ = صفر

فإن ميل الخط المستقيم = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$

، طول الجزء المقطوع بالمستقيم من محور الصادات = $\left|\frac{-\text{جـ}}{\text{ب}}\right|$ **وحدة طول**

مثال محلول (١): أوجد ميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته :

٢ س – ٣ ص – ٦ = صفر

الحــــــــــل

الميل = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-٢}{-٣}$ = $\frac{٢}{٣}$ ، الجزء المقطوع = $\left|\frac{٦}{-٣}\right|$ = ٢ وحدة طول

تدريب (١): أوجد أوجد ميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته :

$\frac{\text{س}}{٢} + \frac{\text{ص}}{٣} = ١$

مثال محلول (٢): إذا كان المستقيم $ل_١$ المار بالنقطتين : (- ١ ، ٧) ، (٩ ، ٣) عموديا على المستقيم

$ل_٢$ الذى معادلته : س + ك ص – ١٣ = صفر فأوجد قيمة ك .

الحــــــــــل

ميل المستقيم $ل_١$ = $\frac{٣- ٧}{٩+ ١}$ = $\frac{-٢}{٥}$ ، ميل المستقيم $ل_٢$ = $\frac{-١}{\text{ك}}$

∵ المستقيمان متعامدان ∴ $\frac{-٢}{٥} \times \frac{-١}{\text{ك}}$ = -١

∴ – ٥ ك = ٢ ∴ ك = $\frac{-٢}{٥}$

تدريب (٢): إذا كان المستقيمان : س + ص = ٥ ، ك س + ٢ ص = صفر متوازيين فأوجد قيمة ك .

مثال محلول (٣): أوجد معادلة الخط المستقيم الذى ميله ٣ ويقطع من محور الصادات جزءا موجبا طوله ٥ وحدات .

الحــــــــــل

معادلة المستقيم هى : ص = م س + جـ م = ٣ ، جـ = ٥

∴ المعادلة هى ص = ٣ س + ٥

تدريب (٣): أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٠ ، -٣) وميله = - ٢

مثال محلول (٤): أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٢) ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥ ˚

الحـــــل

ميل المستقيم = ظا ٤٥ ˚ = ١

المعادلة هى : ص = س + جـ

بالتعويض بالنقطة (٣ ، ٢) فى المعادلة : ∴ ٢ = ٣ + جـ ∴ جـ = ٢ - ٣ = -١

∴ المعادلة هى: ص = س – ١

تدريب (٤): أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٥) عموديا على المستقيم الذى ميله يساوى $\frac{-١}{٢}$

مثال محلول (٥): أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (- ١ ، -٣)

ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل .

الحـــــل

ميل المستقيم = $\frac{-٣ - ٣}{-١ - ١}$ = ٣ ∴ المعادلة هى: ص = ٣ س + جـ

بالتعويض بالنقطة (١ ، ٣) ∴ ٣ = ٣ × ١ + جـ ∴ جـ = ٣ – ٣ = صفر

∴ المعادلة هى ص = ٣س

∵ جـ = صفر ∴ المستقيم يمر بنقطة الأصل .

تدريب (٥): أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٢، -١) ، (١ ، ١)

مثال محلول (٦): أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الاحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طولاهما ١ ، ٤ وحدة طول على الترتيب .

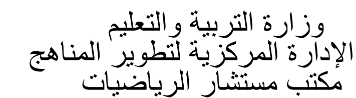
الحـــــل

المستقيم يمر بالنقطتين (١ ، ٠) ، (٠ ، ٤)

ميل المستقيم = $\frac{٤ - ٠}{٠ - ١}$ = - ٤

∴ المعادلة هى : ص = - ٤ س + ٤

تدريب (٦): أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، - ٥) ويوازى المستقيم : س + ٢ص – ٧ = صفر

مثال محلول (٧): أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٦) ومنتصف $\overline{أ ب}$ حيث :

أ (١ ، -٢) ، ب(٣ ، -٤)

الحـــــــــــــل

منتصف $\overline{أب}$ = ($\frac{١+٣}{٢}$ ، $\frac{-٢-٤}{٢}$) = (٢ ، -٣)   ميل المستقيم = $\frac{٦+٣}{١-٢}$ = -٩

معادلة المستقيم هى : ص = -٩ س + جـ

بالتعويض بالنقطة (١ ، ٦) فى المعادلة   ٦ = -٩× ١ + جـ

∴ جـ = ١٥   ∴ المعادلة هى : ص = -٩ س + ١٥

تدريب (٧):

أوجد معادلة المستقيم العمودى على $\overline{أ ب}$ من نقطة منتصفها حيث: أ (١ ، ٣)، ب(٣ ، ٥)

حل تدريب (١): بضرب المعادلة ×٦   ∴ المعادلة هى : ٣ س + ٢ ص = ٦

∴ الميل = $\frac{-٣}{٢}$ ، الجزء المقطوع من محور الصادات = ٣

حل تدريب (٢): ك =٢

حل تدريب (٣) : ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٠ ، -٣)   ∴ جـ = -٣   ، م = -٢

المعادلة هى : ص = م س + جـ

∴ معادلة المستقيم هى : ص = - ٢ س – ٣

حل تدريب (٤) : ميل المستقيم المطلوب = ٢   ∴ المعادلة هى : ص = ٢س +جـ

بالتعويض بالنقطة (٢ ، ٥) فى المعادلة :

٥ = ٢ × ٢ + جـ   ∴ جـ = ٥ – ٤ = ١

∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٢ س +١

حل تدريب (٥) : ميل المستقيم = $\frac{١ + ١}{١ - ٢}$ = -٢

∴ معادلة المستقيم هى: ص = -٢ س + جـ

بالتعويض بالنقطة (١ ، ١) فى المعادلة

∴ ١ = -٢ × ١ + جـ   ∴جـ = ٣

∴معادلة المستقيم هى : ص = -٢ س +٣

حل تدريب (٦) : ميل المستقيم المعطى = $\frac{-١}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب (الموازى) = $\frac{-١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = $\frac{-١}{٢}$ س + جـ

بالتعويض بالنقطة (٣ ، - ٥) فى المعادلة:

∴ - ٥ = $\frac{-١}{٢}$ × ٣ + جـ ∴ جـ = $\frac{-٧}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = $\frac{-١}{٢}$ س - $\frac{٧}{٢}$

حل تدريب (٧) : ميل $\overline{أ ب}$ = $\frac{٥ - ٣}{٣ - ١}$ = ١

∴ ميل المستقيم المطلوب (العمودى على $\overline{أب}$) = - ١

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = - س + جـ

منتصف $\overline{أب}$ = ($\frac{١+٣}{٢}$ ، $\frac{٣ +٥}{٢}$) = (٢ ، ٤)

بالتعويض بالنقطة (٢ ، ٤) فى المعادلة :

∴ ٤ = -٢ + جـ ∴ جـ = ٦

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = - س + ٦

تمارين على الدرس الرابع:

السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) المستقيم الذى معادلته : ٣ ص = ٢ س – ٦ ميله يساوى ....

أ) ٢ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) ٦ د) $\frac{٣}{٢}$

٢) معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل وميله = ١ هى ....

أ) ص = س ب) ص = - س ج) ص = ٢س د) ص = ٠

٣) معادلة المستقيم المار بالنقطة (- ٣ ، ٥) ويوازى محور السينات هى ....

أ) ص = ٥ ب) س = - ٣ ج) ص = -٣ د) س = ٥

٤) إذا كان المستقيمان : ٣س – ٤ ص – ٣ = ٠ ، ك ص + ٤ س – ٨ = ٠ متعامدين فإن : ك = ...

أ) -٤ ب) -٣ ج) ٤ د) ٣

٥) معادلة محور السينات هى ....

أ) ص = ٠ ب) س = ١ ج) ص = ١ د) س = ٠

٦) الخط المستقيم الذى معادلته : ٢ س – ٣ ص – ٦ = صفر يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات جزءا طوله يساوى .... وحدة طول

أ) -٦ ب) -٢ ج) ٢ د) ٣

السؤال الثانى : أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٥) ، (-٣ ، ١) عمودى على المستقيم الذى معادلته ٥ س + ٤ص +٧ = ٠

السؤال الثالث: أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ١) والذى يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

السؤال الرابع : أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) عموديا على المستقيم المار بالنقطتين : جـ (٣ ، -٤) ، ء (٥ ، -٣)

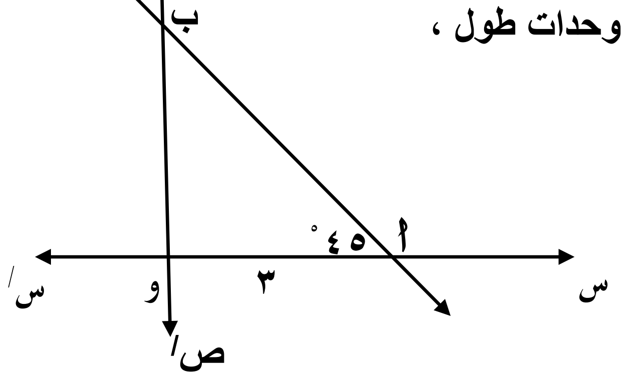
السؤال الخامس :

فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{\text{أب}}$ يقطع من محور السينات جزءا طوله ٣ وحدات طول ،

ق(∠ ب أ و) = ٤٥°

أوجد معادلة المستقيم : $\overleftrightarrow{\text{أب}}$



السؤال السادس :

أوجد معادلة محور تماثل $\overline{\text{س ص}}$ حيث س (٣ ، - ٢) ، ص (- ٥ ، ٦).



حلول تمارين على الدرس الرابع:

إجابة السؤال الاول :

١) ب $\frac{٢}{٣}$ ٢) أ ص = س ٣) أ ص = ٥

٤) د ٣ ٥) أ ص = ٠ ٦) ج ٢

إجابة السؤال الثانى:

ميل المستقيم الأول = $\frac{٤}{٥}$ ، ميل المستقيم الثانى = $\frac{-٥}{٤}$

حاصل ضرب ميلى المستقيمين = -١ ∴ المستقيمان متعامدان

إجابة السؤال الثالث:

ميل المستقيم = ظا ٤٥° = ١ ∴ معادلة المستقيم هى : ص = س + جـ

بالتعويض بالنقطة (١ ، ١) فى المعادلة

∴ ١ = ١ + جـ ∴ جـ = صفر

∴ المعادلة المطلوبة هى ص = س

إجابة السؤال الرابع:

ميل المستقيم $\overleftrightarrow{جـ ء}$ = $\frac{-٣ + ٤}{٥ - ٣}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب (العمودى على $\overleftrightarrow{جـ ء}$) = -٢

معادلة المستقيم هى ص = -٢ س + جـ

بالتعويض بالنقطة (٢، ٣) فى المعادلة

∴ ٣ = -٢ × ٢ + جـ ∴ جـ = ٧

المعادلة المطلوبة هى ص = -٢س + ٧



إجابة السؤال الخامس:

ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ = ظا ١٣٥ ° = -١

معادلة المستقيم = - س + جـ

المستقيم يقطع من محور السينات جزء طوله ٣ وحدات

∴ المستقيم يمر بالنقطة (٣ ، ٠)

بالتعويض بالنقطة (٣ ، ٠) فى المعادلة

∴ ٠ = - ٣ + جـ ∴ جـ = ٣

معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ هى: ص = - س + ٣

إجابة السؤال السادس:

ميل $\overline{س ص}$ = $\frac{٦ + ٢}{-٥ - ٣}$ = -١

∴ ميل محور تماثل $\overline{س ص}$ = ١

∴ معادلة محور تماثل $\overline{س ص}$ هى : ص = س +جـ

نقطة منتصف $\overline{س ص}$ = ($\frac{٣ - ٥}{٢}$ ، $\frac{-٢ + ٦}{٢}$) = (-١ ، ٢)

(-١ ، ٢) تحقق المعادلة : ص = س +جـ

∴ ٢ = -١ + جـ ∴ جـ = ٣

∴ معادلة محور تماثل $\overline{س ص}$ هى : ص = س +٣



تمارين عامة على الوحدة الخامسة الهندسة التحليلية :

السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) بعد النقطة (-٤ ، ٢) عن محور السينات يساوى .... وحدة طول

أ) ٤ ب) −٢ ج) -٤ د) ٢

٢) إذا كان م ١ ، م ٢ ميلى مستقيمين متوازيين فإن : ....

أ) م١ - م٢ = صفر ب) م١ + م٢ = صفر ج) م١ م٢ = -١ د) م١ م٢ = ٠

٣) فى المربع س ص ع ل إذا كان ميل $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$ = ١ فإن ميل $\overleftrightarrow{\text{ص ل}}$ = ...

أ) ١ ب) -١ ج) -٢ د) صفر

٤) إذا كان : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{٣}{٤}$ فإن : ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ =..........

أ) $\frac{٣}{٤}$ ب) $\frac{-٤}{٣}$ ج) $\frac{-٣}{٤}$ د) $\frac{٤}{٣}$

٥) معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٣ ، ٥) ويوازى محور الصادات هى ....

أ) ص = ٥ ب) س = -٣ ج) ص = -٣ د) س = ٥

٦) إذا كانت جـ (٥ ، ٧) ، ء (١ ، -١) فإن نقطة منتصف $\overline{\text{جـ ء}}$ هى ....

أ) (٢ ، ٣) ب) (٣ ، ٣) ج) (٣ ، ٢) د) (٣ ، ٤)

٧) المستقيم الذى معادلته :٢س + ٥ ص – ١٠ = صفر يقطع من محور السينات جزءا طوله يساوى .... وحدة طول

أ) ٢ ب) ١٠ ج) ٥ د) ٣

٨) أ ب جـ ء مربع فيه : أ (٢ ، -٥) ، ب (-١ ، -١) فإن محيط المربع = ... وحدة طول

أ) ٢٠ ب) ٢٨ ج) ٧ د) $٤\sqrt{٧}$

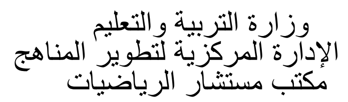
٩) ميل المستقيم الموازى لمحورالصادات يساوى ....

أ) ١ ب) صفر ج) -١ د) غير معرف

١٠) البعد بين النقطتين (٣ ، ٠) ، (٠ ، -٤) يساوى .... وحدة طول

أ) ٤ ب) ٥ ج) ٦ د) ٧





السؤال الثانى :

أب قطر فى الدائرة التى مركزها م فإذا كانت : ب(٨ ، ١١) ، م (٥ ، ٧) فأوجد :

١- إحداثيى نقطة أ ٢- محيط الدائرة بدلالة π

السؤال الثالث :

إذا كان المستقيم الذى معادلته ٤س + ٦ص +١ = ٠ عمودى على المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٣) ، (١ ، ص) أوجد قيمة ص .

السؤال الرابع :

أثبت أن النقط : أ(٣ ، ٠) ، ب(٠ ، -٤) ، جـ (-٥ ، -٤) ، ء (-٢ ، ٠) هى رؤوس معين .

السؤال الخامس:

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، -٣) ويوازى المستقيم ل: س + ص – ٧ = صفر.

السؤال السادس :

إذا كانت أ (س ، ١) ، ب(-٣ ، ص) وكانت جـ (١ ، ٢) هى منتصف $\overline{أب}$ أوجد قيمة س ، ص.

السؤال السابع :

بين نوع المثلث أ ب جـ الذى فيه أ = (٣ ، ٣) ، ب = (١ ، ٥) ، جـ = (١ ، ٣) بالنسبة لأضلاعه .

السؤال الثامن :

أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : (صفر ، ٣) ، (١، ٦) يوازى المستقيم الذى معادلته ٣س = ص – ١

السؤال التاسع:

أثبت أن النقط : أ (٦ ، ٠) ، ب (٢ ، -٤) ، جـ (-٤ ، ٢) هى رؤوس مثلث قائم الزاوية فى ب ، ثم أوجد إحداثيى النقطة ء التى تجعل الشكل أ ب جـ ء مستطيلا .



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

اختبار على الوحدة الخامسة الهندسة التحليلية

السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة:

١) الخط المستقيم الذى معادلته ٢ ص = ٥ س +٦ يقطع من محور الصادات الموجب جزءا طوله .... وحدة طول

أ) ٣ ب) ٥ ج) ٦ د) ٢

٢) أ ب جـ ء معين فيه : أ (٧، ١) ، ب (١ ، ٩) فإن محيط المعين = ... وحدة طول

أ) ١٠ ب) ١٤ ج) ١٠٠ د) ٤٠

٣) ميل المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° = ...

أ) ١ ب) $\sqrt{٣}$ ج) -١ د) $\frac{١}{٢}$

٤) إذا كانت جـ (٢ ، ٣) ، ء (٤، -١) فإن إحداثيى نقطة منتصف $\overline{جـ ء}$ هى ....

أ) (٢ ، ٣) ب) (٣ ، ١) ج) (٤ ، -١) د) (-١ ، ٤)

٥) إذا كان المستقيم الذى معادلته ٢ص – ٥ = ك س يوازى المستقيم الذى ميله ٢ فإن : ك= .....

أ) ٣ ب) ٥ ج) ٤ د) ٢

٦) بعد النقطة (٤ ، - ٣) عن محور السينات يساوى ....

أ) -٣ ب) ٥ ج) ٤ د) ٣

السؤال الثانى :

أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

السؤال الثالث :

مستقيم ميله $\frac{١}{٢}$ ويقطع جزءا من الاتجاه الموجب لمحور الصادات طوله وحدتان أوجد:

١) معادلة المستقيم **٢) نقطة تقاطعه مع محور السينات**



السؤال الرابع :

أثبت أن النقط أ (-٣ ، ٠) ، ب (٣ ، ٤) ، جـ (١ ، -٦) هى رؤوس مثلث متساوى الساقين رأسه أ ، ثم أوجد طول القطعة المستقيمة المرسومة من أ عمودية على $\overline{\text{ب جـ}}$.

السؤال الخامس:

الجدول المقابل يمثل علاقة خطية :

س	١	٢	٣
ص = د(س)	١	٣	أ

١) أوجد معادلة الخط المستقيم .

٢) أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات .

٣) أوجد قيمة أ



حلول تمارين عامة على الوحدة الخامسة:

إجابة السؤال الاول :

١) ٢ ٢) $م_١ - م_٢$ = صفر ٣) -١ ٤) $\frac{-٤}{٣}$

٥) س = - ٣ ٦) (٣ ، ٣) ٧) ٥ ٨) ٢٠

٩) غير معرف ١٠) ٥

إجابة السؤال الثانى :

إحداثيى نقطة أ (٢ ، ٣) (وضح خطوات الحل بنفسك)

طول ب م = نق = $\sqrt{(٨ - ٥)^٢ + (١١ - ٧)^٢}$ = ٥ وحدة طول

محيط الدائرة = ٢ π نق = ١٠ π وحدة طول

إجابة السؤال الثالث : ص = ٦ (وضح خطوات الحل بنفسك)

إجابة السؤال الرابع : إثبات (أجب بنفسك)

إجابة السؤال الخامس : ميل المستقم ل =-١

ميل المستقيم المطلوب = -١

المعادلة هى : ص = - س + جـ ، بالتعويض بالنقطة (٤ ، -٣)

-٣ = - ٤ + جـ جـ = ١

المعادلة المطلوبة هى : ص = - س + ١

إجابة السؤال السادس : س = ٥ ، ص = ٣ (وضح خطوات الحل بنفسك)

إجابة السؤال السابع : أ ب = $\sqrt{(٣ - ١)^{٢} + (٣ - ٥)^{٢}}$ = ٢$\sqrt{٢}$ وحدة طول

ب جـ = $\sqrt{(١ - ١)^{٢} + (٥ - ٣)^{٢}}$ = ٢ وحدة طول

أ جـ = $\sqrt{(٣ - ١)^{٢} + (٣ - ٣)^{٢}}$ = ٢ وحدة طول

∵ ب جـ = أ جـ ≠ أ ب ∴ المثلث أ ب جـ متساوى الساقين

إجابة السؤال الثامن :

ميل المستقيم الأول = $\frac{٦ - ٣}{١ - ٠}$ = ٣ ، ميل المستقيم الثانى = ٣

∴ المستقيمان متوازيان

إجابة السؤال التاسع : اثبات (أجب بنفسك)



حلول اختبار على الوحدة الخامسة الهندسة التحليلية :

إجابة السؤال الاول :

١) ٣ ٢) ٤٠ ٣) ١

٤) (٣ ، ١) ٥) ٤ ٦) ٣

إجابة السؤال الثانى :

معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٢ س + جـ

بالتعويض بالنقطة (١ ، ٠) فى المعادلة : ∴ ٠ = ٢ × ١ + جـ ∴ جـ = -٢

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٢س - ٢

إجابة السؤال الثالث :

١- معادلة المستقيم هى ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٢

٢- لايجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات نضع ص = صفر

∴ صفر = $\frac{١}{٢}$ س + ٢ ∴ س = -٤

∴ نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات هى (-٤ ، صفر)

إجابة السؤال الرابع: (أجب بنفسك)

إجابة السؤال الخامس :

١) ميل المستقيم = $\frac{٣ - ١}{٢ - ١}$ = ٢ ∴ معادلة المستقيم هى ص = ٢س +جـ

النقطة (١، ١) ∋ للمستقيم ∴ ١ = ٢ × ١ + جـ ∴ جـ = - ١

∴ معادلة المستقيم هى ص = ٢س - ١

٢) طول الجزء المقطوع من محور الصادات يساوى وحدة طول واحدة مع الجزء السالب

٣) النقطة (٣ ، أ) تحقق المعادلة:

أ = ٢ × ٣ – ١ = ٥



نموذج استرشادي للصف الثالث الاعدادي – العام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤

الفصل الدراسي الاول- المادة(الجبر والاحصاء)– الزمن ساعتان(يسمح باستخدام الالة الحاسبة)

السؤال الاول : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة:

١) إذا كان س = ٣ ، س ص = ١ فإن ص = ...

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٣}$ (ج) ١ (د) ٣

٢) إذا كانت ١ ، ٢ ، س في تناسب متسلسل فإن س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٣) إذا كان ن (س × ص) = ٥ فإن ن (س) يمكن أن تساوي ....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٤) إذا كان $٢^{س}$ = ٨ ، فإن $س^{٢}$ = ...

(أ) ١٦ (ب) ١٠ (ج) ٩ (د) ٣

٥) ٢٥ % من العدد ٢٠ =............

(أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٨ (د) ١٦

٦) المدى لمجموعة القيم ٢ ، ٧ ، ٩ ، ١ ، ٨ هو ....

(أ) ٩ (ب) ٨ (ج) ٧ (د) ١

السؤال الثاني :

(أ) مثل بيانيا منحنى الدالة د حيث د(س) = $س^{٢}$ + ٢س +٣ متخذاَ س ∋ [– ٤ ، ٢]
ومن الرسم أوجد معادلة محور التماثل ، القيمة الصغرى للدالة.

(ب) إذا كانت سـ= { – ١ ، ٠ ، ١ } ، وكانت ع علاقة على س حيث (أ ع ب)
تعنى أن (أ + ب = صفر) لكل أ∋ سـ ، ب∋ سـ

- أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي
- هل ع تمثل دالة أم لا ولماذا ؟



السؤال الثالث :

(أ) إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، ٧ } ، ص = { ٢ ، ٥ }

فأوجد : ١) ص × س ٢) ص × ص ٣) ω (س ^٢^)

(ب) إذا كان $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ = ٣ ، فأوجد

(١) $\frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{ص}}$ (٢) $\frac{\text{٢ س} + \text{٣ ص}}{\text{٣ س} + \text{٢ ص}}$

السؤال الرابع:

(أ) إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ٧ عندما س = ١ فأوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد قيمة س عندما ص = ١٤

(ب) احسب الإنحراف المعياري لمجموعة للقيم الآتية :

١٣ ، ١٧ ، ١١، ١٩ ، ١٥

السؤال الخامس:

(أ) إذا كانت ف تتغير عكسياً مع ن وكانت ف = ١ عندما ن = ١ ، فأوجد العلاقة بين ف ، ن ثم أوجد ف عندما ن = ٢

(ب) إذا كان $\frac{\text{س}}{٢}$ = $\frac{\text{ص}}{٣}$ = $\frac{\text{ع}}{٤}$ فبرهن أن $\frac{\text{٢ س} + \text{٣ ص} + \text{٤ ع}}{\text{ص}}$ = $\frac{٢٩}{٣}$



اجابة النموذج الاسترشادي

السؤال الاول (كل بند درجة واحدة)

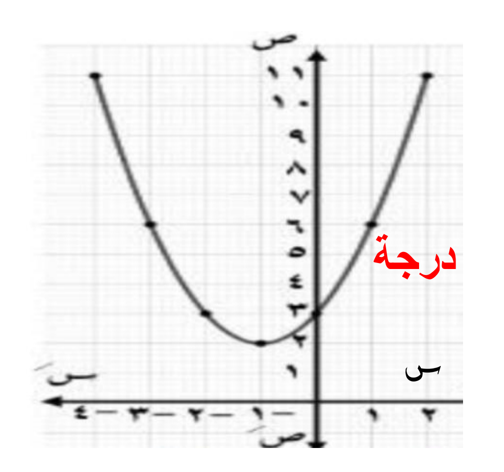
١) ب ٢) د ٣) أ ٤) جـ ٥) ب ٦) ب

السؤال الثانى

(أ)

درجة

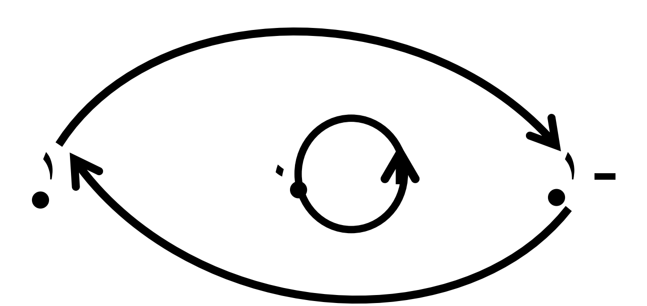
س	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١	٢
ص	١١	٦	٣	٢	٣	٦	١١



معادلة محور التماثل هي س = -١ $\frac{1}{2}$درجة

القيمة الصغرى للدالة هي ٢ $\frac{1}{2}$درجة

(ب) ع = {(-١ ، ١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، -١)} درجة



درجة

$\frac{1}{2}$درجة $\frac{1}{2}$درجة

ع تمثل دالة لان كل عنصر من عناصر س يخرج منه سهم واحد فقط



السؤال الثالث :

(أ) ص × س = { (٢ ، ١) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٧) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٧)} درجة

ص × ص = { (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٥) ، (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٥) } درجة

ن (س ^٢^) = ٩ درجة

(ب) $\frac{س}{ص}$ = ٣ ← س = ٣ ص درجة

١) $\frac{س + ص}{ص} = \frac{٣ص + ص}{ص} = \frac{٤ ص}{ص} = ٤$ درجة

٢) $\frac{٢ س + ٣ ص}{٣ س + ٢ص} = \frac{٦ص + ٣ ص}{٩ص + ٢ص} = \frac{٩ص}{١١ص} = \frac{٩}{١١}$ درجة

السؤال الرابع:

(أ) ص ∝ س ← ص = ك س حيث ك ثابت درجة

∵ ص = ٧ عندما س = ١ ∴ ك = ٧ $\frac{١}{٢}$درجة

∴ ص = ٧ س $\frac{١}{٢}$درجة

عندما ص = ١٤ فإن ١٤ = ٧ س ∴ س = ٢ درجة

(ب) س = $\frac{١٣ + ١٧ + ١١ + ١٩ + ١٥}{٥}$ = ١٥ درجة

التباين ع^٢^ = $\frac{(١٣ - ١٥)^٢ + (١٧ - ١٥)^٢ + (١١ - ١٥)^٢ + (١٩ - ١٥)^٢ + (١٥ - ١٥)^٢}{٥}$ =٨ درجة

∴ الانحراف المعياري = $\sqrt{٨}$ درجة

السؤال الخامس:

(أ)

∵ ف ∝ $\frac{١}{ن}$ ∴ ف = ك × $\frac{١}{ن}$ درجة

∵ ف = ١ عندما ن = ١ ∴ ك = ١ $\frac{١}{٢}$درجة

∴ ف = $\frac{١}{ن}$ $\frac{١}{٢}$درجة

عندما ن = ٢ ← ف = $\frac{١}{٢}$ درجة

(ب)

$\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{ع}{٤}$ $\frac{١}{٢}$درجة

بضرب حدي النسبة الاولى × ٢ ، والثانية × ٣ ، والثالثة × ٤ وجمع مقدمات وتوالي النسب الثلاثة

∴ $\frac{٢س + ٣ص + ٤ع}{٢×٢+٣×٣+٤×٤}$ = احدى النسب $\frac{١}{٢}$درجة

∴ $\frac{٢س + ٣ص + ٤ع}{٢٩} = \frac{ص}{٣}$ درجة

∴ $\frac{٢س + ٣ص + ٤ع}{ص} = \frac{٢٩}{٣}$ درجة




وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

الصف : الثالث الاعدادى
المادة : هندسة تحليلية وحساب مثلثات
الزمن : ساعتان

نموذج استرشادى لامتحان نصف العام للصف الثالث الاعدادى

أجب عن الأسئلة الآتية :- (يسمح بإستخدام الآلة الحاسبة)

السؤال الأول:- اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

١)مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٩ سم ، ٤ سم فيكون طول الضلع الثالث ....

أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٩ د) ١٣

٢) عدد محاور التماثل لأى مستطيل هو ....

أ)١ ب) ٢ جـ) ٣ د) عددلا نهائى

٣) مجموع قياسات الزوايا المتجمعه حول نقطة = ...

أ) ٩٠° ب) ١٨٠° جـ) ٢٧٠° د) ٣٦٠°

٤) اذا كانت جتاθ = جا٦٠° حيث θ قياس زاوية حادة فإن θ = ...°

أ) ٣٠ ب) ٦٠ جـ) ٩٠ د) ١٢٠

٥) ميل المستقيم الموازي لمحور السينات يساوى ....

أ) -١ ب) ١ جـ) صفر د) غير معرف

٦) المستقيم الذى معادلته ص = س+٢ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها = ...°

أ) ٣٠ ب) ٤٥ جـ) ٦٠ د) ٩٠

السؤال الثانى:-

أ) اذا كان ٢جتا^{٢} ٣٠° - ١ = جاθ ، فأوجد : قياس الزاوية θ حيث θ زاوية حادة .

ب) أوجد : معادلة المستقيم المار بمنتصف أب ، حيث أ(٢، ٤) ، ب (٦ ، ٠)

ويوازى المستقيم ص = ٣س + ٥



السؤال الثالث:-

أ) بدون استخدام الآله الحاسبة ، أثبت أن :جا٣٠° + جتا٦٠° - ظا ٤٥° = جتا ٩٠°

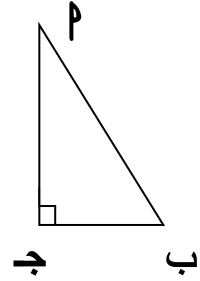
ب) اذا كان المستقيم ↔أب يوازى محور الصادات حيث أ(ن -٧، ٤) ، ب (- ٤ ، ٧) . أوجد قيمة ن .

السؤال الرابع :-

أ) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٣√٣) ، (٥ ، ٢√٣) عمودى على المستقيم الذى يصنع زاوية موجبه قياسها ٣٠° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

ب) أب جـ ء مربع فيه أ (٣ ، ٥) ، جـ (-٢ ، ٤) احسب : مساحة هذا المربع .

السؤال الخامس :-



أ) فى الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى جـ ، أب = ١٠ سم

، ق (∠ أ) = ٥٠° احسب طول ب جـ لأقرب سنتيمتر .

ب) أوجد الميل و طول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته :
٤س + ٥ ص ـ ١٠ = صفر

انتهت الأسئلة

نموذج الاجابة للنموذج الاسترشادى لمادة الهندسة



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

للصف الثالث الاعدادى

السؤال الاول: (٦ درجات) كل مفردة (درجة)

رقم المفردة	١	٢	٣	٤	٥	٦
رقم الاجابة	(جـ)	(ب)	(ء)	(ﺃ)	(جـ)	(ب)
الاجابة الصحيحة	٩	٢	°٣٦٠	٣٠	صفر	°٤٥

السؤال الثانى: (٦ درجات)

ﺃ) ٢جتا^{٢} ٣٠ - ١ = جا θ

الطرف الايمن ٢جتا^{٢} ٣٠ - ١ = ٢ × ($\frac{\sqrt{٣}}{٢}$)^{٢} - ١ = $\frac{١}{٢}$ (درجة)

∴ الطرف الايسر = جا θ = $\frac{١}{٢}$ (درجة)

∴ θ = °٣٠ (درجة)

ب) ﺃ (٢ ، ٤) ، ب (٦ ، ٠)

منتصف ﺃ ب = ($\frac{٢ + ٦}{٢}$ ، $\frac{٤ + ٠}{٢}$) = (٤ ، ٢) ($\frac{١}{٢}$ درجة)

المستقيم المطلوب يوازي المستقيم ص = ٣ س + ٥

∴ ميل المستقيم المطلوب = ٣ ومعادلته هى ص = ٣س + جـ (درجة)

المستقيم يمر بالنقطة (٤ ، ٢) ∴ ٢ = ٣× ٤ + جـ ($\frac{١}{٢}$ درجة)

∴ جـ = ٢ - ١٢ = - ١٠ ($\frac{١}{٢}$ درجة)

∴ معادلة المستقيم هي : ص = ٣ س - ١٠ ($\frac{١}{٢}$ درجة)

السؤال الثالث : (٦ درجات)

ﺃ) الطرف الأ يمن = جا٣٠° + جتا٦٠° - ظا ٤٥° = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ - ١ = صفر (درجة ونصف)

الطرف الأيسر = جتا٩٠° = صفر ($\frac{١}{٢}$ درجة)

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر ($\frac{١}{٢}$ درجة)

ب) ∵ المستقيم $\overleftrightarrow{ﺃب}$ يوازي محور الصادات ∴ ميله غير معرف (درجة)

∴ $س_٢ - س_١$ = صفر ($\frac{١}{٢}$ درجة)

ن - ٧ = ٤ ($\frac{١}{٢}$ درجة)



ن = ٣ (درجة)

السؤال الرابع : (٦ درجات)

أ) ميل المستقيم المار بالنقطتين = $\frac{٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣}}{٥ - ٤} = -\sqrt{٣}$ (درجة)

ميل المستقيم الثانى = ظا ٣٠° = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (درجة)

$م_١ \times م_٢ = -١$ ∴ المستقيمان متعامدان (درجة)

ب) أ جـ = $\sqrt{(٣+٢)^٢ + (٥ - ٤)^٢} = \sqrt{٢٦}$ (درجة)

مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره (درجة)

= $\frac{١}{٢} \times (\sqrt{٢٦})^٢$ = ١٣ وحدة مربعة (درجة)

السؤال الخامس : (٦ درجات)

أ) جا أ = $\frac{ب جـ}{أ ب}$ (درجة)

جا ٥٠° = $\frac{ب جـ}{١٠}$ (درجة)

∴ ب جـ = ١٠ جا ٥٠° = ٨ سم تقريبا (درجة)

ب)

∵ ٤ س + ٥ ص – ١٠ = ٠

∴ ٥ ص = – ٤ س + ١٠ ($\frac{١}{٢}$ درجة)

∴ ص = $-\frac{٤}{٥}$ س + ٢ ($\frac{١}{٢}$ درجة)

∴ ميل المستقيم = $-\frac{٤}{٥}$ (درجة)

وطول الجزء المقطوع من محور الصادات = ٢ وحدة طول (درجة)

يراعي الاجابات الاخرى